「2000円札の数理的価値」関連する話題の紹介

組合せ最適化セミナー
2002年12月07日

研究背景

- 2000円札の流通状況
  - 2000年発行
  - 既に7億7000万枚発行(流通は1億2000万枚)
  - ちなみに，目標は2000年度内に10億万枚流通
  - 失敗作？
    - 物理的要因
    - 心理的要因
    - 数理的には?

朝日新聞 2002年11月3日

2000円札 眠る600億円

印刷控える連絡に不備 材料在庫も20億円分

財務省印刷局

00年から発行している2千円札の流通が伸びず、日銀の引き取り枚数が当初予定より減ったにもかかわらず、財務省印刷局が印刷を続け、紙やインキなど原材料の在庫を大量に抱えていることが会計検査院の調べでわかった。印刷局内部の連絡不足や在庫管理の悪さが原因で、600億円分以上の紙幣が金庫に眠っているうえ、放置されている原材料の在庫価値は20億円余りにのぼるという。印刷局は生産管理体制の見直しに乗り出している。

2千円札は西暦2000年や沖縄サミットの開催を記念し、99年10月に小渕政権が発行を決定。日銀が00年度に10億枚を流通させる方針を決めたのを受け、大蔵省(現財務省)印刷局は00年3月から製造を開始した。

しかし、当初の見込みほど現金自動預入払出機(ATM)や自動販売機などが新紙幣に対応しなかったため、流通量が低迷。日銀は00年12月、引き取り枚数を7億7千万枚に変更し、印刷局は01年1月までに納入した。

ところが、大蔵本省から印刷を控えるよう、印刷局に口頭の連絡が事前に入っていたにもかかわらず、その後の伝達が悪く、納入直前まで製造が続き、原材料の在庫が膨らんだ。

検査院が各工場の原材料の在庫状況を調べたところ、01年度末時点ですでにつくり終えた2千円札が3千万枚あまり(約600億円分)、各工場の金庫に保管されていた。源氏物語絵巻のデザインが刷られた大判用紙などは、印刷倉庫に750万枚が眠っていた。未印刷の2千円札用の大判用紙も100万枚が倉庫にあった。

2千円札は偽造防止のため最新の印刷技術が駆使されており、特殊なインキや用紙が使われている。インキは2千キロが冷蔵庫などに保管されていた。これらを合わせると、原材料の在庫の財産価格は20億円余りにのぼった。

印刷局は、在庫の状況を把握して生産に反映させるように管理体制の整備を進めている。

通貨に関する数理的話題

- 比較的たくさん？
- 茨木先生:おつりの話
  （現代OR入門，現代数学社，95）
  - 通貨枚数最小でのおつりの出し方が貪欲でよい
    通貨額面への考察
- 通貨額面の組合せを何らかの基準で評価
  ⇒2000円出現前↔出現後
    数値比較できないかな･･･?
- 取引の手間に注目（2001年度）

関連研究

Summer: **Privatizing the mint**, *Journal of Money, Credit and banking* 25 (1993) 26-27

Bachetの定理

Hardy-Wright: **An introduction to the theory of numbers, 4th edn**. Oxford Univ. Press (1960) (数論入門I)

Telser: **Optimal denomination for coins and currency**, *Economics Letters* 49(1995) 425-427

北村行伸: **貨幣の最適な発行単位の選択について**, IMES D.P.97-J-3 (1997)

Tshoegl: **The Optimal Denomination of Currency**, *Journal of Money, Credit and banking* 29 (1997) 546-554

Tshoegl: **The Denomination of US coins**, *Evolutionary Economics* 11 (2001) 359-384

進化経済学の話題へ

Bachetの定理（ケース1）

天秤の一方にのみ「おもり」をのせる場合

- Weights 1,2,4,…,2^{n-1} will weigh any integral weight up to 2^n-1;
- No other set of so few as n weights is equally effective.

(証明)

- 範囲内の任意の整数：$\Sigma\,[a_s 2^s]_0^{n-1}$,a_sは{0,1}
- 同じ重さのおもりは無駄
- 帰納法

帰納法での証明スケッチ

- $w_1<w_2<\ldots<w_n$
- 最大測定可能重量 $W= w_1+w_2+\ldots+w_n$
- 2番目の重量 $W-1=w_2+\ldots+w_n \Rightarrow w_1=1$
- 3番目の重量 $W-2= w_1+w_3+\ldots+w_n \Rightarrow w_2=2$

- $w_1=1, w_2=2, \ldots, w_k=2^{k-1}$と仮定 $\Rightarrow w_{k+1}=2^k$ を示す
- $w_k, \ldots, w_n$のおもりは右皿に固定
  $\Rightarrow W-2^k-1$番目の重量まで計れる&それ以下 ×
- $W-2^k= (w_1+\ldots+w_{k-1})+(w_{k+1}+\ldots+w_n) \Rightarrow w_k=2^k$

Bachetの定理（ケース2）

天秤のどちらの皿にも「おもり」をのせられる場合

- Weights 1,3,9,…,3^{n-1} will weigh any integral weight up to $(3^n-1)/2$;
- No other set of so few as n weights is equally effective.

(証明)

•範囲内の任意の整数：$\Sigma\,[b_s 3^s]_0^{n-1}$,b_sは{0,1,2}

•同じ重さのおもりは無駄

•帰納法

帰納法での証明スケッチ

- $w_1<w_2<\ldots<w_n$
- 最大測定可能重量 $W= w_1+w_2+\ldots+w_n$
- 2番目の重量 $W-1=w_2+\ldots+w_n \Rightarrow w_1=1$
- 3番目の重量 $(W-2)+w_1=w_2+\ldots+w_n$
- 4番目の重量 $W-3= w_1+w_3+\ldots+w_n \Rightarrow w_2=3$

- $w_1=1, w_2=3, \ldots, w_k=3^{k-1}$と仮定 $\Rightarrow w_{k+1}=3^k$ を示す
- $w_k,\ldots,w_n$のおもりは右皿に固定
  $\Rightarrow W-(3^k-1)$番目の重量まで計れる&それ以下×
- $W- (3^k-1)-1= (w_1+\ldots+w_{k-1})+(w_{k+1}+\ldots+w_n) \Rightarrow w_k=3^k$

Bachetの定理↔通貨額面

- 天秤で量る未知の重さ↔支払い金額
- 左側に乗るおもり↔おつり
- おもりは1～上限までを計測可能
  ↔小売取引は1～上限と仮定可能

- 各おもり（通貨）のコストは等しいとする
- 最安値の通貨額面組合せが「3^k則」

最適額面3^kとUS貨幣

3^k	1	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049	714717
US	1	5	10	25	50	100 (1$)	200	500	1000	2000	5000	10000
比		5	2	2.5	2	2	2	2.5	2	2	2.5	2
	⇒平均隣接比率:2.41											
US'	1	5	10	25	100	500	1000	2000	5000	10000		
比		5	2	2.5	4	5	2	2	2.5	2		
	⇒平均隣接比率:3.00											

Telserの主張

- 払うべき額が決まっている場合は2^k型の貨幣制度
- 払うべき額が不定の場合は3^k型の貨幣制度が最適だ!

⇒他の国のことも調べたら面白いかもね

日本の場合

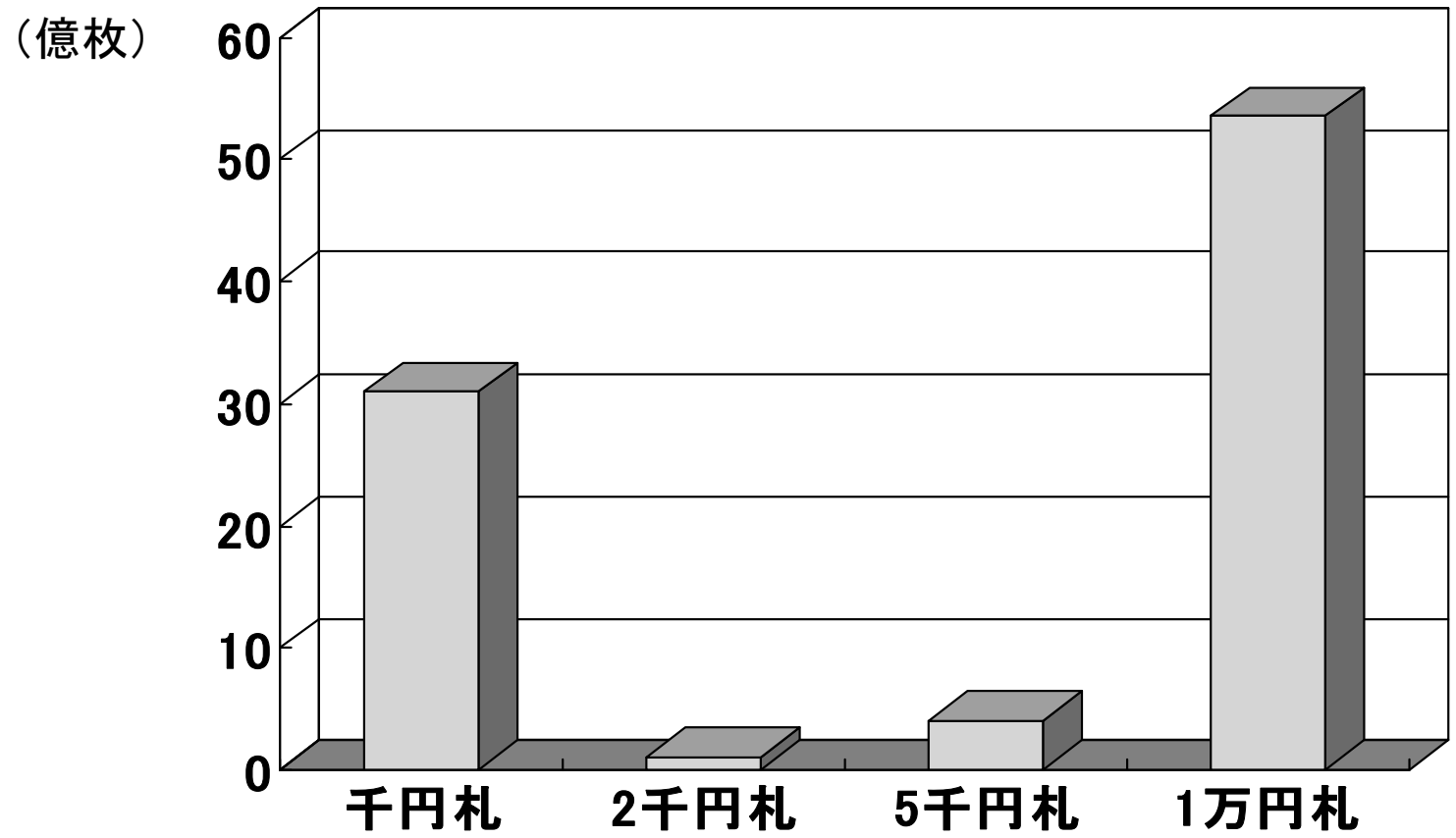
3^k	1	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049
昔	1	5	10	50	100	500	1000	5000	10000		
比		5	2	5	2	5	2	5	2		
	⇒平均隣接比率:3.11										
今	1	5	10	50	100	500	1000	**2000**	5000	10000	
比		5	2	5	2	5	2	2	2.5	2	
	⇒平均隣接比率:2.75										

昔の体系に額面xを追加．3kとの偏差を最小にするxは2440円．
⇒2000円または2500円の新札発行は悪く無いアイディア

最適通貨額面の性質

- 支払い金額が1～上限で一様に分布と仮定
  - 各額面通貨の利用頻度は一様
  - おつり準備の単純化
  - 流通通貨量の平準化
    ⇔ 流通通貨量の偏りは最適通貨額面との差異?
- おつりの払い方が単純

通貨の発行量の偏り



2001年8月，日銀資料

50カ国のコイン額面(その1)

Country	Number	Ratio	Stnd. Dev.	Type	Notes
1 Argentina	6	2.70	1.30	1/2D&1/4	CR: 1992
2 Australia	8	2.14	0.24	1/2D2	
3 Austria	8	2.60	1.34	1/2D2	
4 Belgium	5	3.38	1.38	1/2D2	
5 Brazil	6	2.70	1.30	1/2D&1/4	CR: 1994
6 Bulgaria	6	2.70	1.30	1/2D2	CR: 1992
7 Canada	6	2.70	1.30	1/2D&1/4	
8 Chile	9	3.29	1.60	1/2D	CR: 1975
9 China (PRC)	7	2.17	0.24	1/2D2	
10 Columbia	7	2.17	0.26	1/2D2	
11 Czech Republic	9	2.17	0.25	1/2D2	CR: 1993
12 Denmark	7	2.08	0.20	1/2D2&1/4	
13 Finland	6	2.70	1.30	1/2D2	
14 France	9	2.50	1.04	1/2D2	
15 Germany	8	2.70	1.30	1/2D2	
16 Great Britain	7	2.17	0.26	1/2D2	
17 Greece	7	2.17	0.26	1/2D2	
18 Hong Kong	7	2.17	0.26	1/2D2	
19 Hungary	11	2.20	0.26	1/2D2	CR: 1989
20 India	7	2.38	1.32	1/2D2&1/4	20&25 paise
21 Ireland	7	2.17	0.26	1/2D2	
22 Israel	5	3.50	1.73	1/2D	CR: 1985
23 Italy	9	2.19	0.26	1/2D2	
24 Jamaica	6	2.70	1.30	1/2D&1/4	
25 Japan	6	3.80	1.64	1/2D	

50カ国のコイン額面(2)

26	Korea, Republic of	6	3.80	1.64	½D	
27	Malaysia	6	2.70	1.30	½D2	
28	Mexico	10	2.17	0.25	½D2	CR: 1992
29	Netherlands	7	2.17	0.26	½D&¼	
30	New Zealand	6	2.10	0.22	½D2	
31	Norway	5	2.75	1.50	½D2	
32	Peru	7	2.58	1.20	½D2	CR: 1991
33	Philippines	8	2.57	1.10	½D2&¼	
34	Poland	8	2.57	1.10	½D2	CR: 1995
35	Portugal	6	3.20	1.64	½D2	
36	Romania	6	2.70	1.30	½D2	CR: 1989
37	Russia	6	2.70	1.30	½D2	CR: 1992
38	Singapore	7	3.08	1.50	½D	
39	Slovakia	7	2.20	0.27	½D2	CR: 1993
40	South Africa	9	2.19	0.26	½D2	
41	Spain	8	2.57	1.10	½D2&¼	
42	Sweden	5	3.50	1.73	½D2	
43	Switzerland	8	2.57	1.10	½D2	
44	Thailand	5	2.75	1.50	½D&¼	
45	Turkey	7	2.67	1.17	½D&¼	
46	Ukraine	8	1.95	0.31	½D2&¼	10, 15 & 25 kopijok; CR: 1992
47	United States	5	2.88	1.44	½D&¼	
48	Uruguay	7	2.17	0.26	½D2	
49	West African States	7	2.67	1.17	½D&¼	
50	Zimbabwe	6	2.70	1.30	½D2	
	Minimum	5	1.95	0.20		
	Maximum	11	3.80	1.73		
	Mean	7	2.60	0.96		
	Standard Error		0.06			
	Standard Deviation		0.46			

NOTES: D = decimal; ½D = decimal plus half-decimal; ½D2 = decimal plus half and double decimal; &¼ = augmented by one or more coins denominated as $25 \cdot 10^n$. CR = currency revision. Source: Krause, Misher, and Moe, eds., no date; 6th edition.

Tschoeglの主張と予想

- 多くの国の通貨の隣接比は3に近い
  ⇔3の国は無い!
- 3^kに従っている制度は無い!⇒10進が基礎
- 3^kは過去にも無い!⇔10進だけも無い!
- ？？？
- もしかしたら，「10進＋2・1/2」則なのでは?
  ⇒10進の拡張だが,隣接比は3に近くなる
- 背景:過去は2進が基本⇒10進の技術が進入

制度進化の話に飛んでいく(進化経済学)