

第15回RAMPシンポジウム

セッション:大規模組合せ最適化問題への挑戦

選挙区最適区割問題の モデリングと厳密解導出

根本俊男 堀田敬介

文教大学情報学部

発表の流れ



- 区割画定問題の紹介
- 最適区割導出のアイデア
- 計算機実験と結果の考察
- 最適区割から始まる新しい展開
- 今後の課題



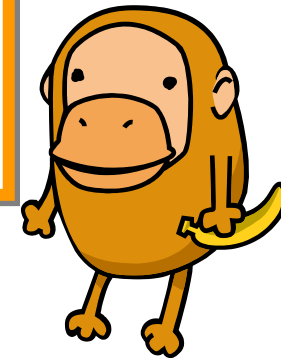
区割画定問題の紹介

発表の流れ



1/5

- 区割画定問題の紹介
- 最適区割導出のアイデア
- 計算機実験と結果の考察
- 最適区割から始まる新しい展開
- 今後の課題



日本の衆議院議員選挙

- 94年より**小選挙区比例代表並立制**
 - ▶ 全国11ブロックでの比例代表制:180人
 - ▶ **小選挙区**:300人

1選挙区1名当選

300小選挙区の画定が必要

良い

キーワード

一票の重みの格差

$$\text{一票の重みの格差} = \frac{\text{最大人口選挙区の人口}}{\text{最小人口選挙区の人口}}$$

現在の区割では、**2.06倍**



良い区割の特徴

原則

一票の重みは**平等**

法律

- 格差は**2倍未満**が基本
- 300議席を各都道府県に**1 + 人口比例**で配分

+ 都道府県内に限定

作成方針

衆議院議員
選挙区画定審議会

- 市区郡分割無し(例外有)
- 飛び地禁止
- 地域のつながりを考慮

区割画定手順の現状

直近では
02年改定

各都道府県への
定数配分 **定数配分問題**

1 + 最大剰余法

各都道府県での
区割画定 **区割画定問題**

- 実行可能区割を見つけよ
- 格差2倍未満
 - 作成方針を守る

現状での格差 **2.06倍**

一票の重みの格差2.06倍の要因

毎日新聞 社説(2002年7月19日)

読売新聞 社説(2002年7月27日)

朝日新聞 社説(2001年12月21日)

格差が2倍未満にならないのは、各県にまず1議席を割り振る基礎配分方式が採用されているため

各社の主張

格差が是正されない原因

各都道府県への
定数配分

1 + 最大剰余法

各都道府県での
区割画定



区割画定の
要因は？

現行定数配分方法

1 + 最大剰余法

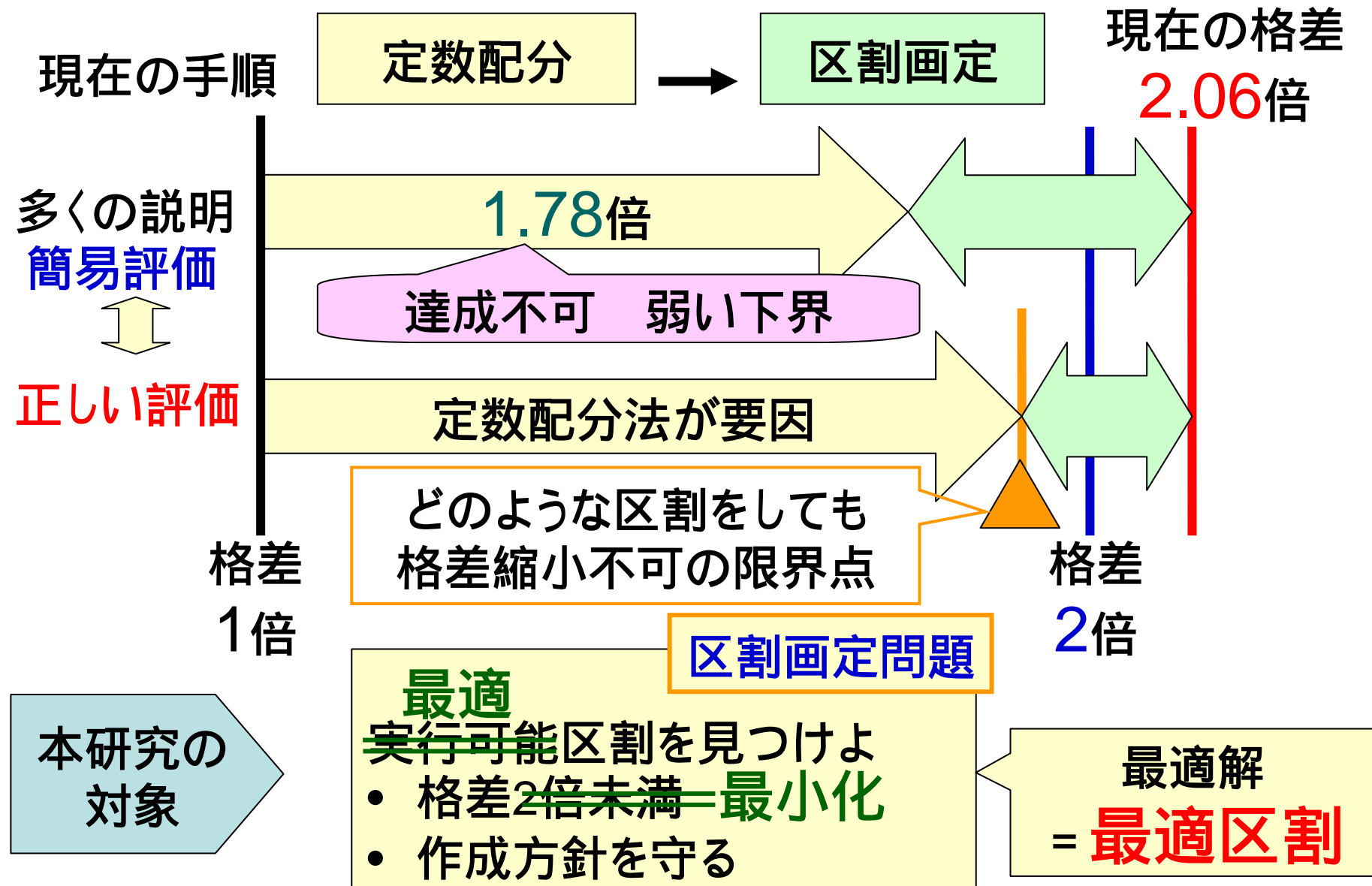
1選挙区

都道府県	人口	1 + 人口比例配分数	2002年配分		平均人口
北海道	5682950	1 + 11.33 = 12.33	12	13	473579
青森県	1475635	1 + 2.94 = 3.94	3	4	368909
東京都	12059237	1 + 24.04 = 25.04	25	26	482369
神奈川県	8489932	1 + 16.92 = 17.92	17	18	471663
高知県	813980	1 + 1.62 = 2.62	2	3	271327
鹿児島県	1786214	1 + 3.56 = 4.56	4	5	357243
沖縄県	1318281	1 + 2.63 = 3.63	3	4	329570
合計	126919288	47 + 228 + 25 (= 300)	300		423064

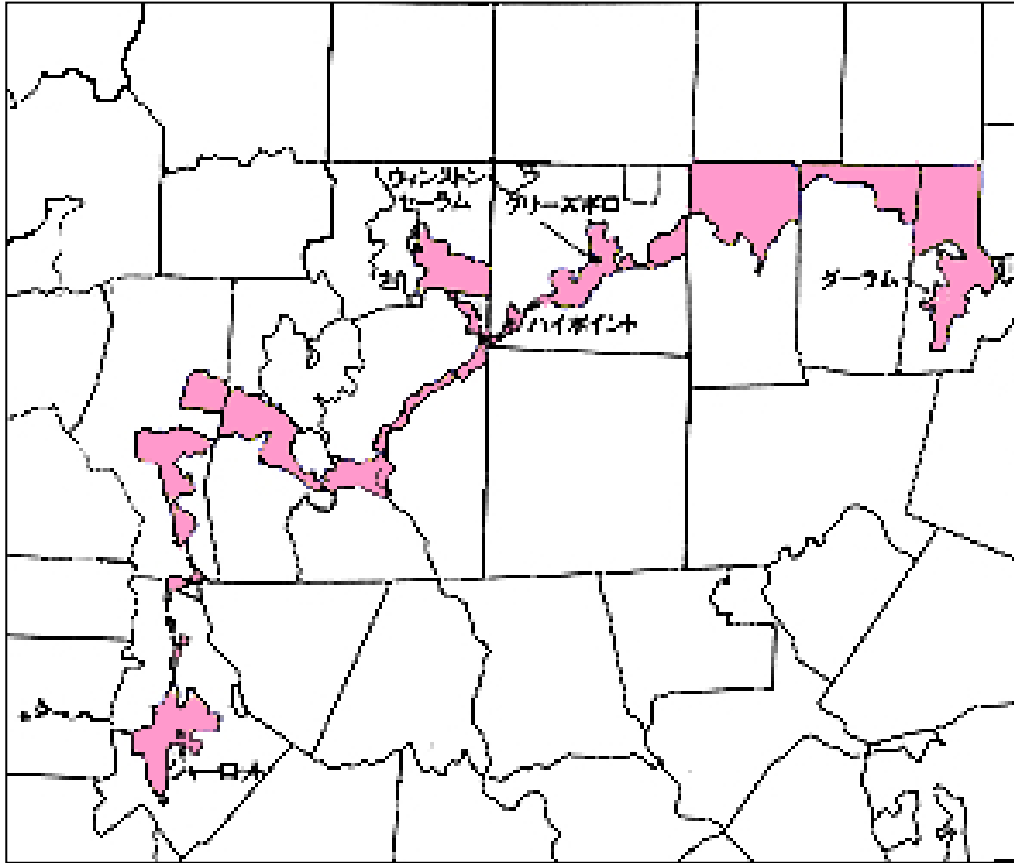
格差の下界 1.78 =

平均人口最大	482369
平均人口最小	271327

一票の重みの格差の要因評価



ゲリマンダリング



自陣営に有利になるように恣意的に画定された区割

ゲリマンダリング？

ノースカロライナ州
第12選挙区

一票の重みの格差 1倍

最適区割からの情報：佐賀県

21市区郡
3選挙区



何かあるのかな？

政治学

恣意性の測定

(ゲリマンダリング)

WHY?



一票の重みの格差
是正の為

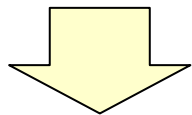
最適区割の導出 への取り組み

坂口-和田(2000) 分枝限定法 4選挙区まで

高橋(1995) 分枝限定法 5選挙区まで

鳥居(1995) 分枝限定法 5選挙区

Nemhauser他(1998) + 列生成 6選挙区

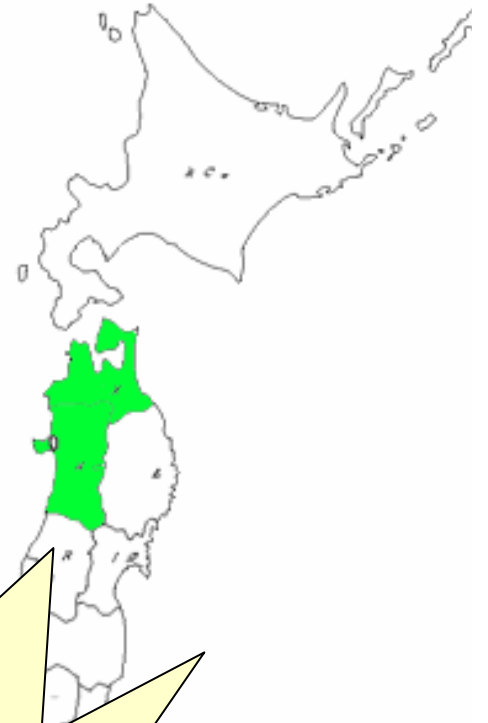
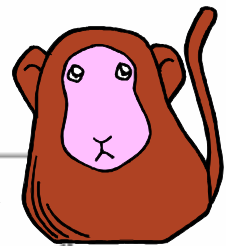


選挙区が多いと
どうも難しい



全都道府県の
最適区割導出
に挑戦

最適区割導出に成功した県
(14県)





日米の問題の差異



2倍以内

一票の重みの格差

ほぼ1倍

市区郡分割禁止

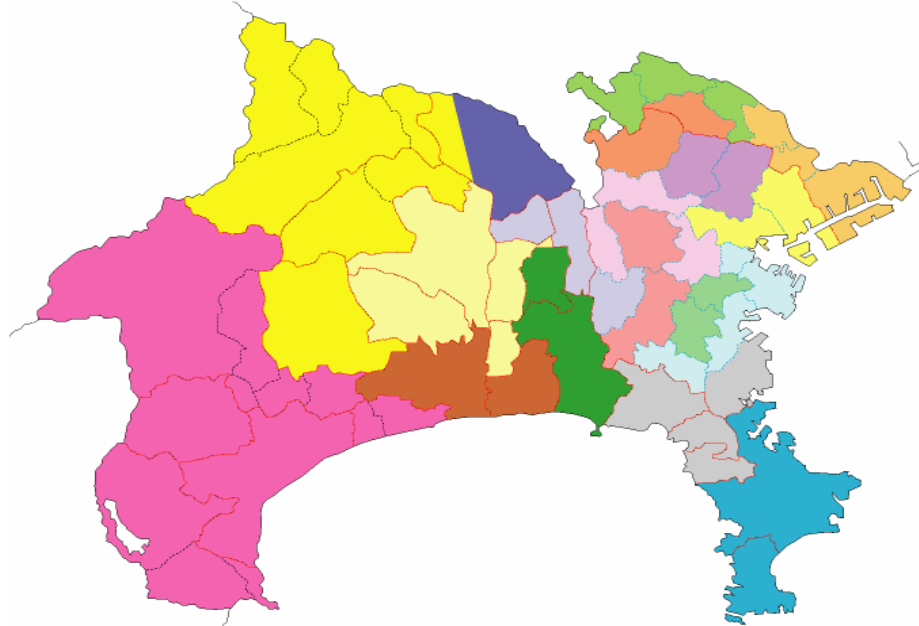
行政界

軽視

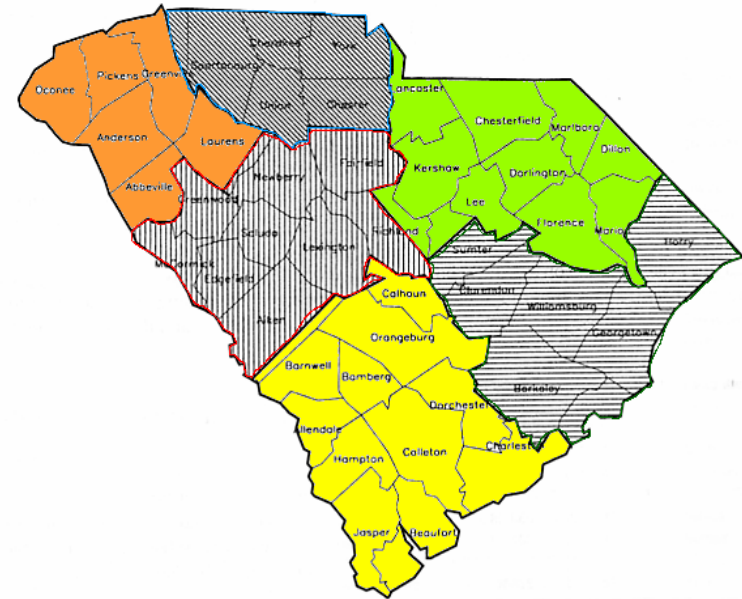
無視

選挙区形状

コンパクト



神奈川県 (49市区郡, 18選挙区)
(根本・堀田 2002)



South Carolina (46郡, 6選挙区)
(Nemhauser他 1998)

ここまでのまとめ(1)

各都道府県の

区割画定問題

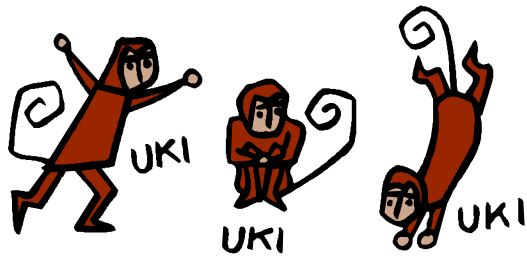
目的: 格差 最小

条件:

市区郡分割無
飛び地禁止
選挙区数 m

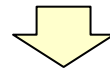


最適解 = 最適区割



目標

全都道府県の最適区割導出



恣意性計測の指標提供
格差の要因測定

厳密性が重要

結果

全国の最適区割を初めて導出

成功要因

解法強化 < 定式化の見直し
複数のアプローチを利用
ソルバーの進歩

モデリング

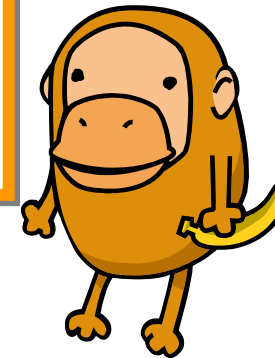
最適区割導出のアイデア

発表の流れ



- 区割画定問題の紹介
- 最適区割導出のアイデア
- 計算機実験と結果の考察
- 最適区割から始まる新しい展開
- 今後の課題

2/5



最適区割導出までの試行錯誤

- k 枝-最小森型
 - 鳥井95・高橋95を参考に改良

市区郡数: 4

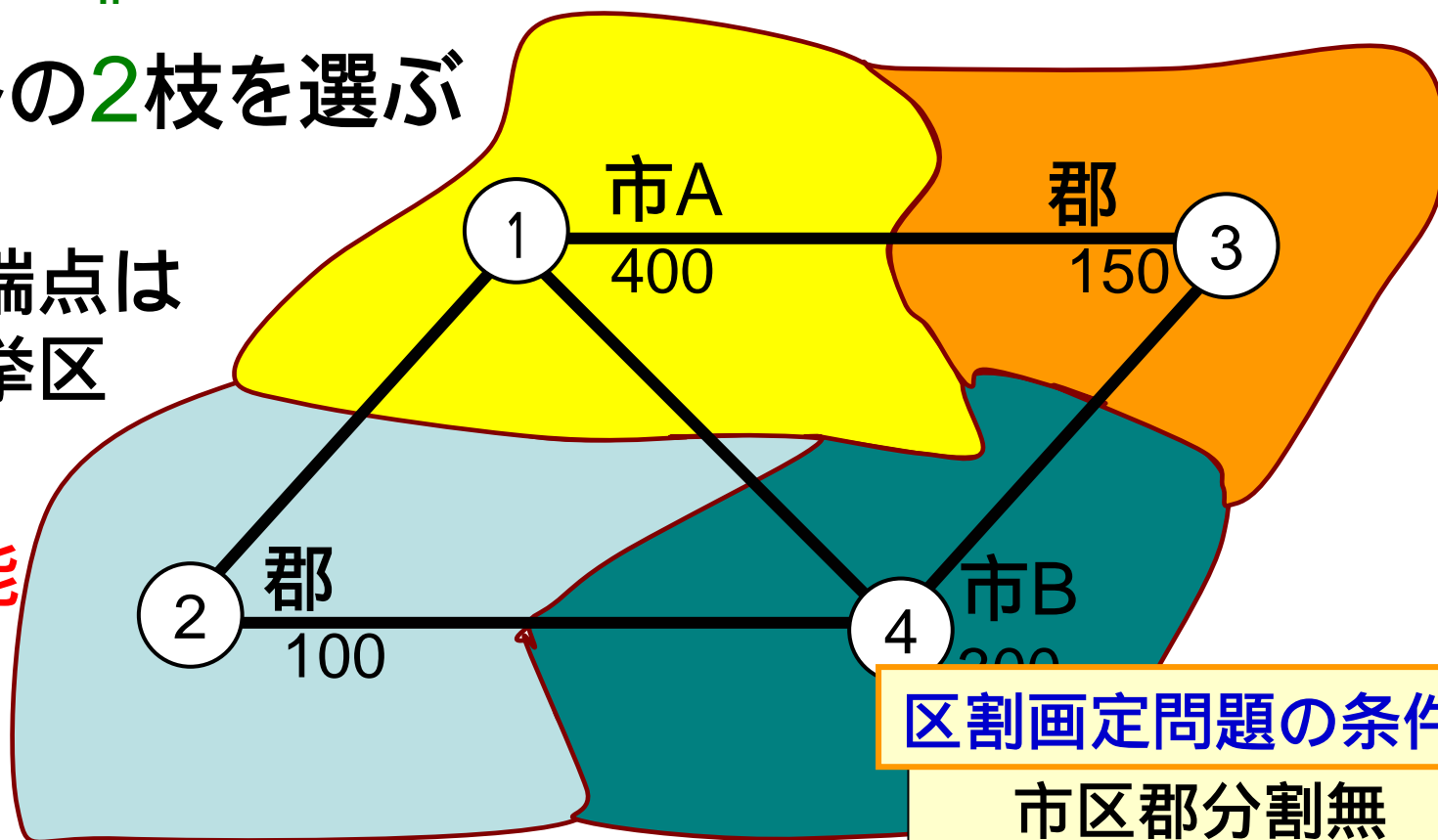
選挙区数: 2

k枝-最小森型

無閉路の2枝を選ぶ

枝の両端点は
同一選挙区

実行可能
区割



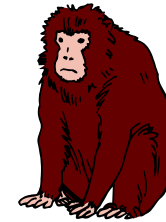
市区郡隣接グラフ

区割画定問題の条件

- 市区郡分割無
- 飛び地禁止
- 選挙区数 m

最適区割導出までの試行錯誤

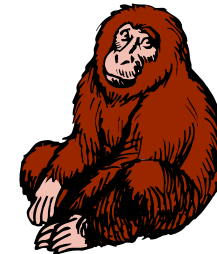
- k 枝-最小森型
 - 鳥井95・高橋95を参考に改良



うまくいかない

解法?

問題の捉え方?



ん～

様々な定式化

- 集合 m 分割型
- グラフ分割型

ソルバーで実験
ILOG社 OPL Studio3.1

得意な都道府県に適用
+
ハイブリッドに情報利用



導出
成功!

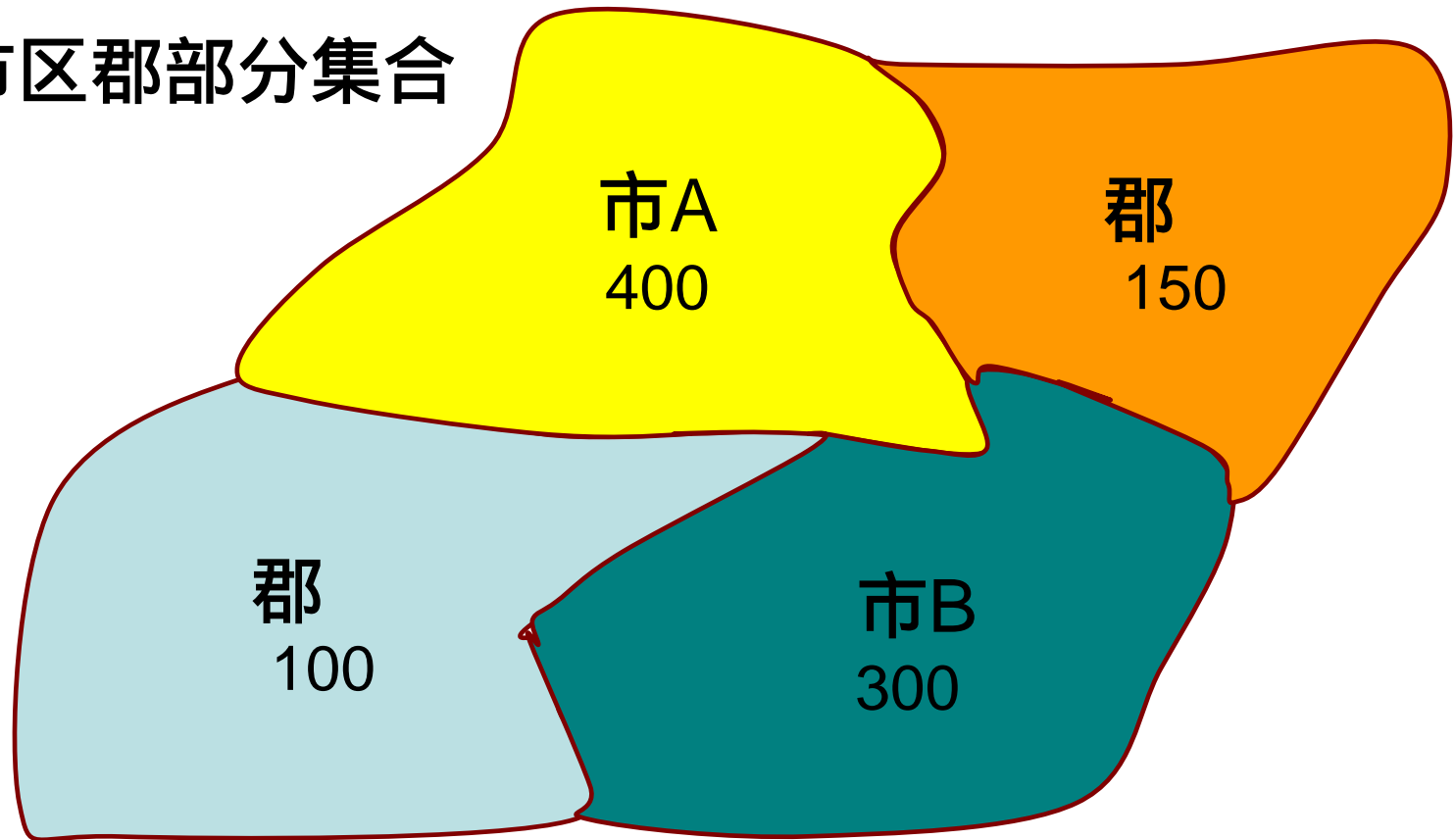
集合 m 分割型

選挙区の候補

ブロック

||

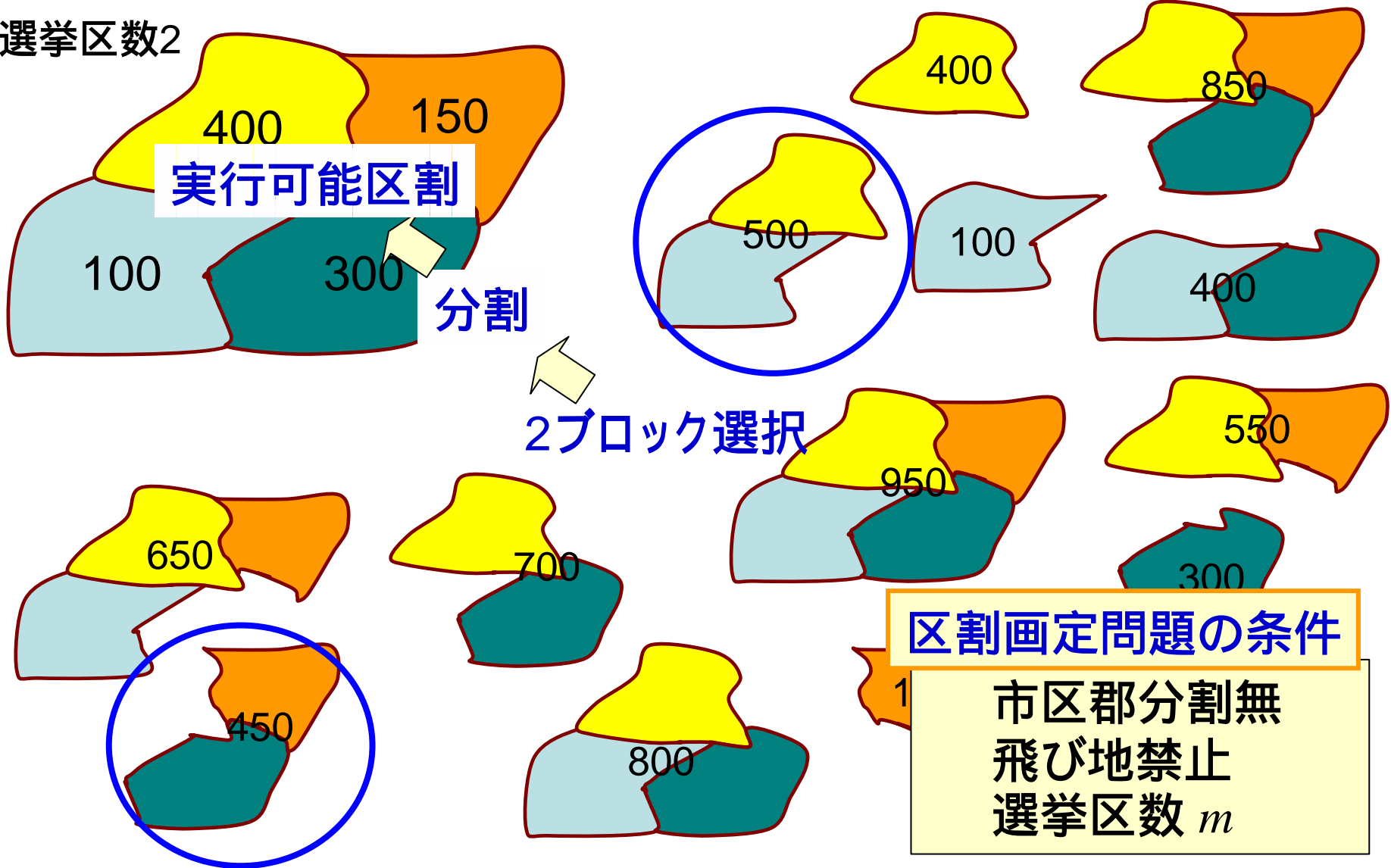
連結な市区郡部分集合



再帰アルゴリズムで可能

集合 m 分割型：ブロックの列挙

選挙区数2

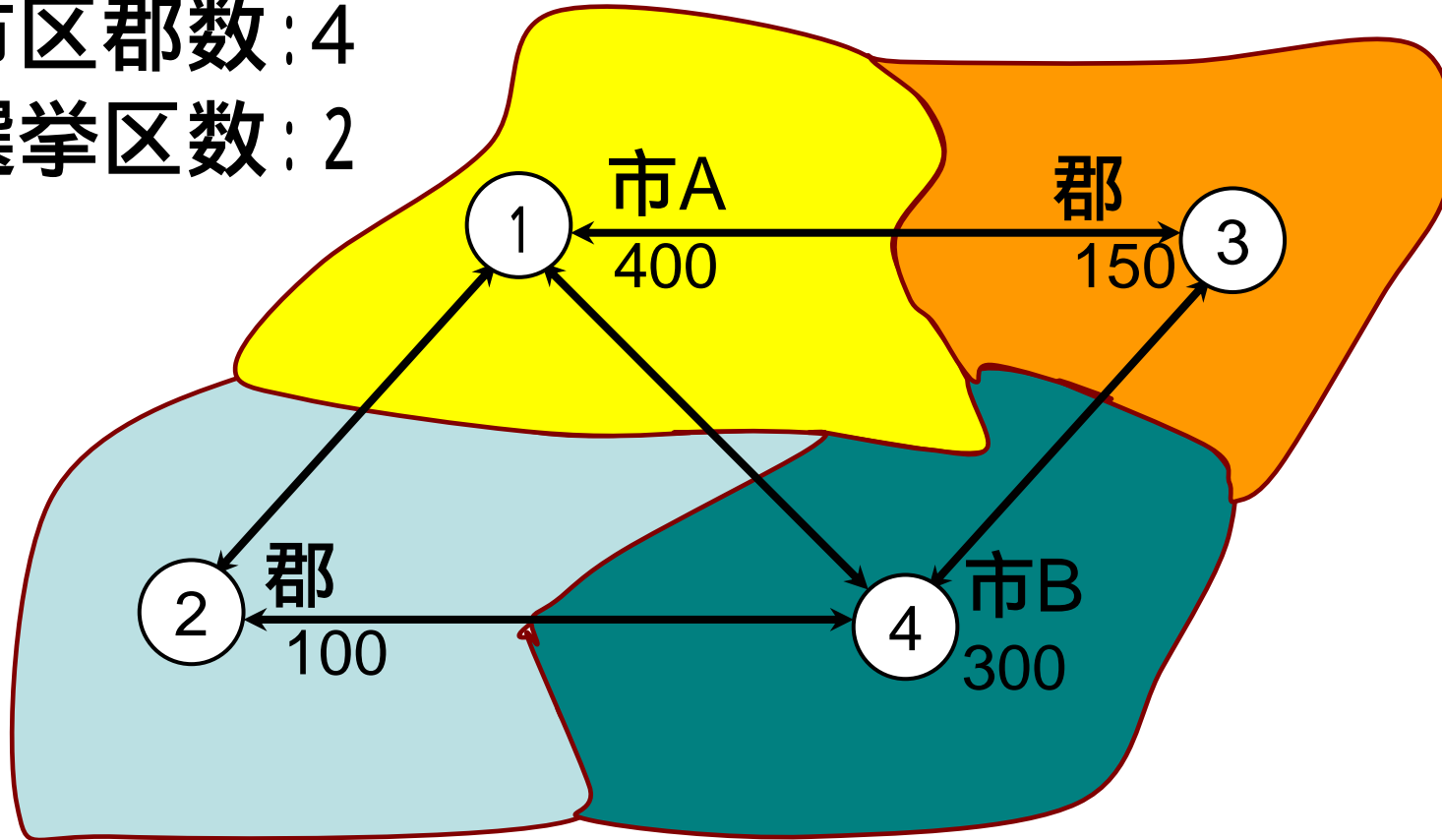


グラフ分割型

(例)

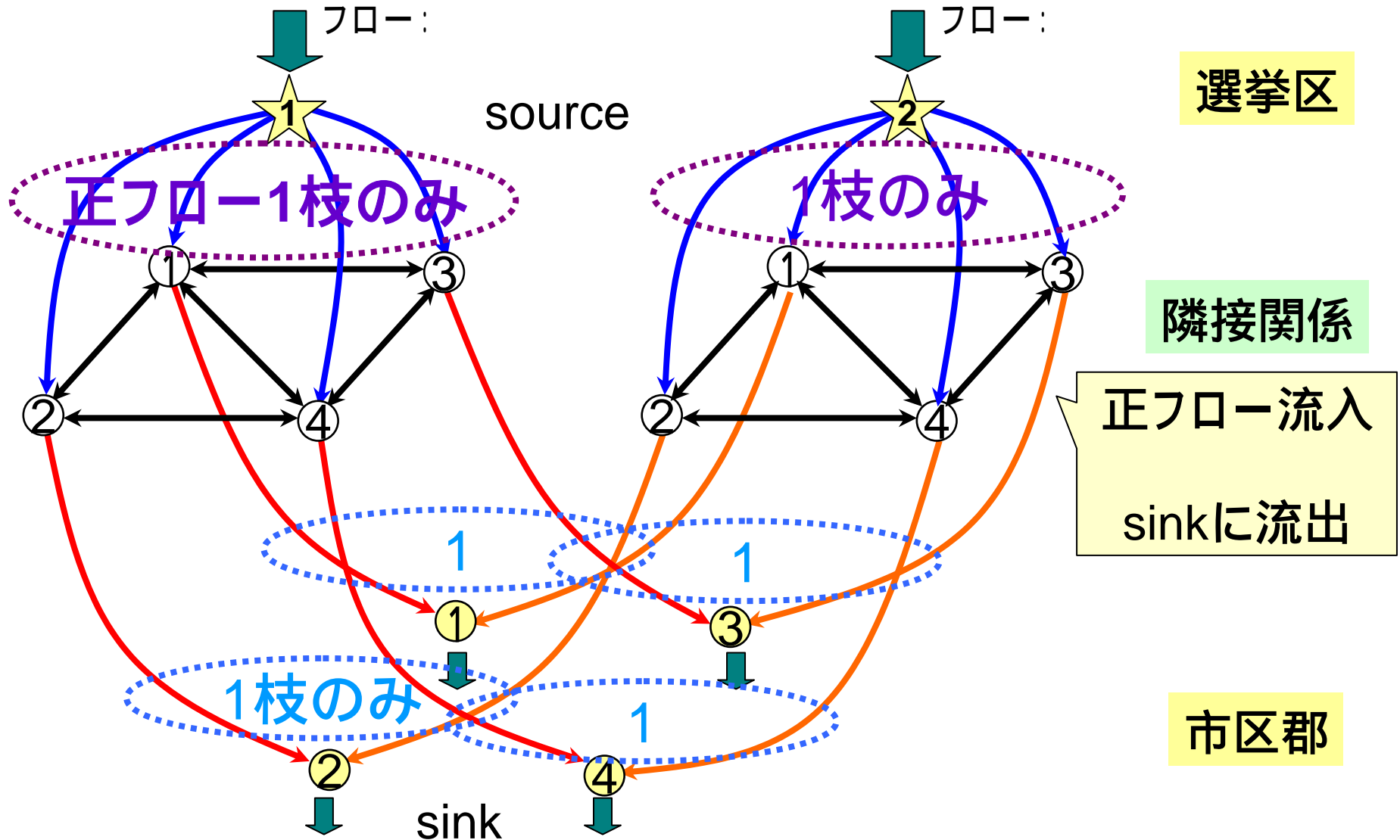
市区郡数: 4

選挙区数: 2

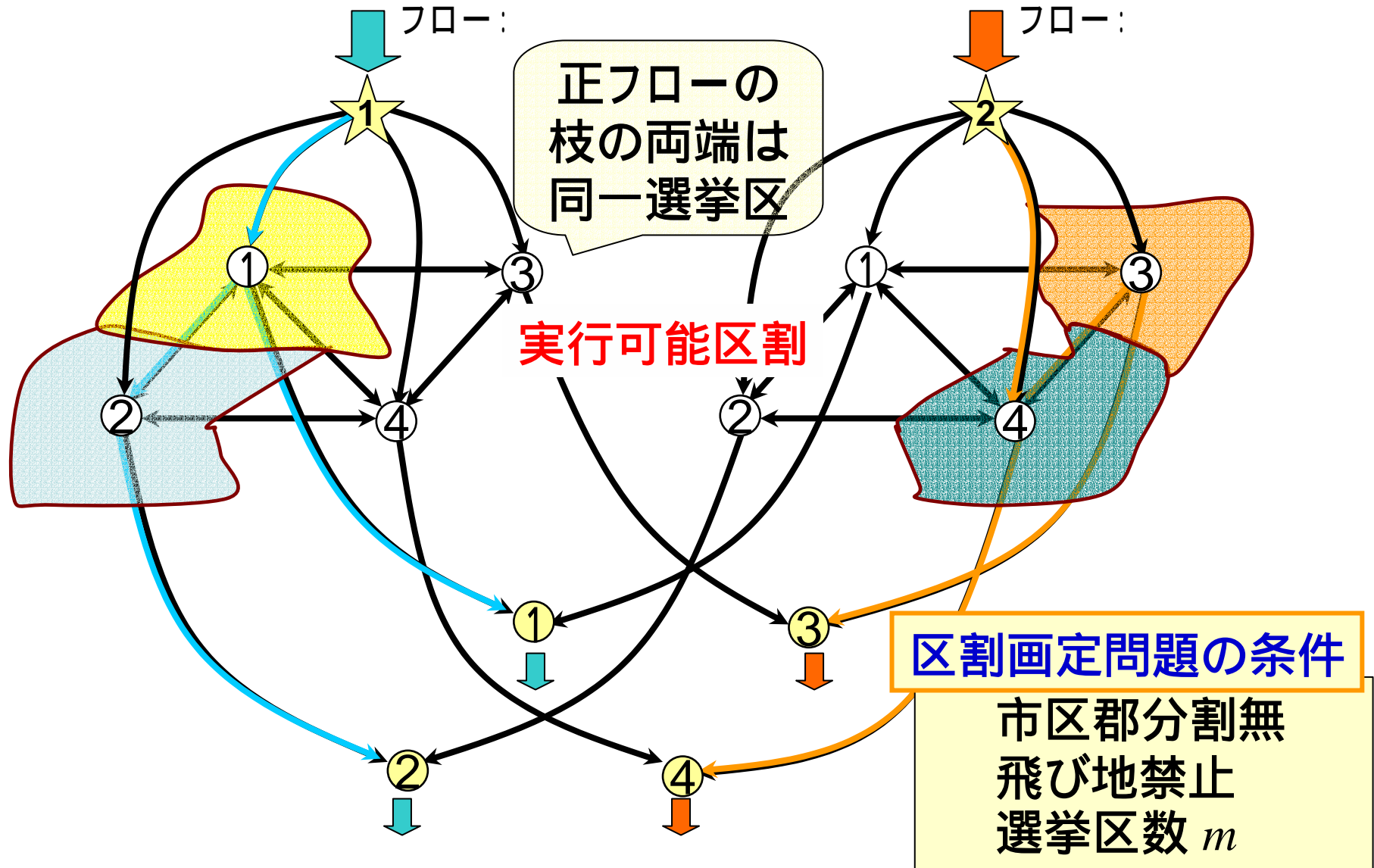


市区郡隣接グラフ

拡大ネットワークとフロー制御



実行可能フローと可能区割



2つのモデルの比較

集合 m 分割型

グラフ分割型

•入力で排除	飛び地	•制約式で排除
•定式化が単純 •NP-hardだが、 実際は解き易い問題	長所	•制約式本数少ない •可能解を見つけ易い
•制約数, 変数数膨大 (神奈川: ブロック数21億個超) •列生成も困難	誤算	•制御用 $\{0,1\}$ 変数多い •計算時間が長い

使用ブロックの絞込み

主な工夫

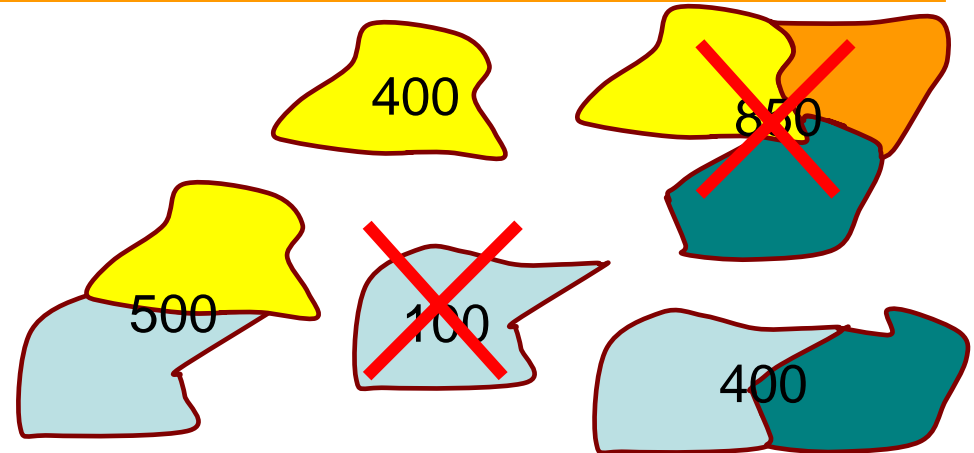
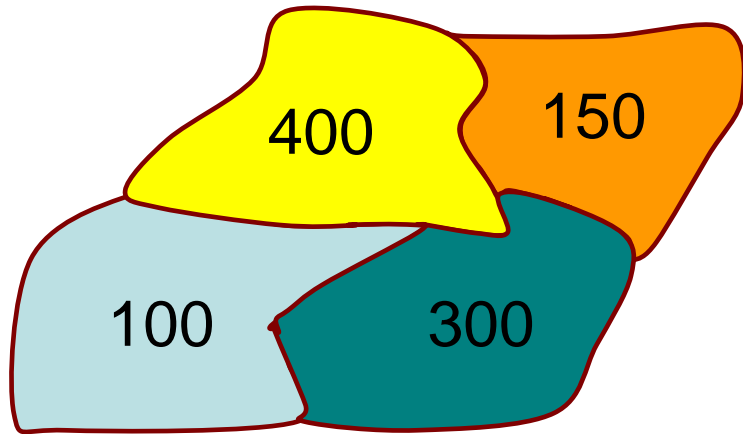
変数の事前固定

目的関数の変更

集合m分割型での工夫 ブロックの選別

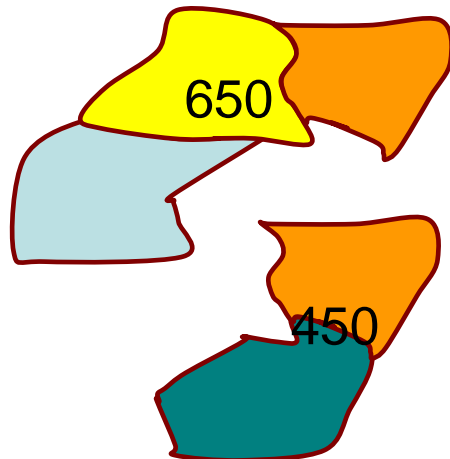
第2選別:

利用時の影響から制限



例:[300,700]

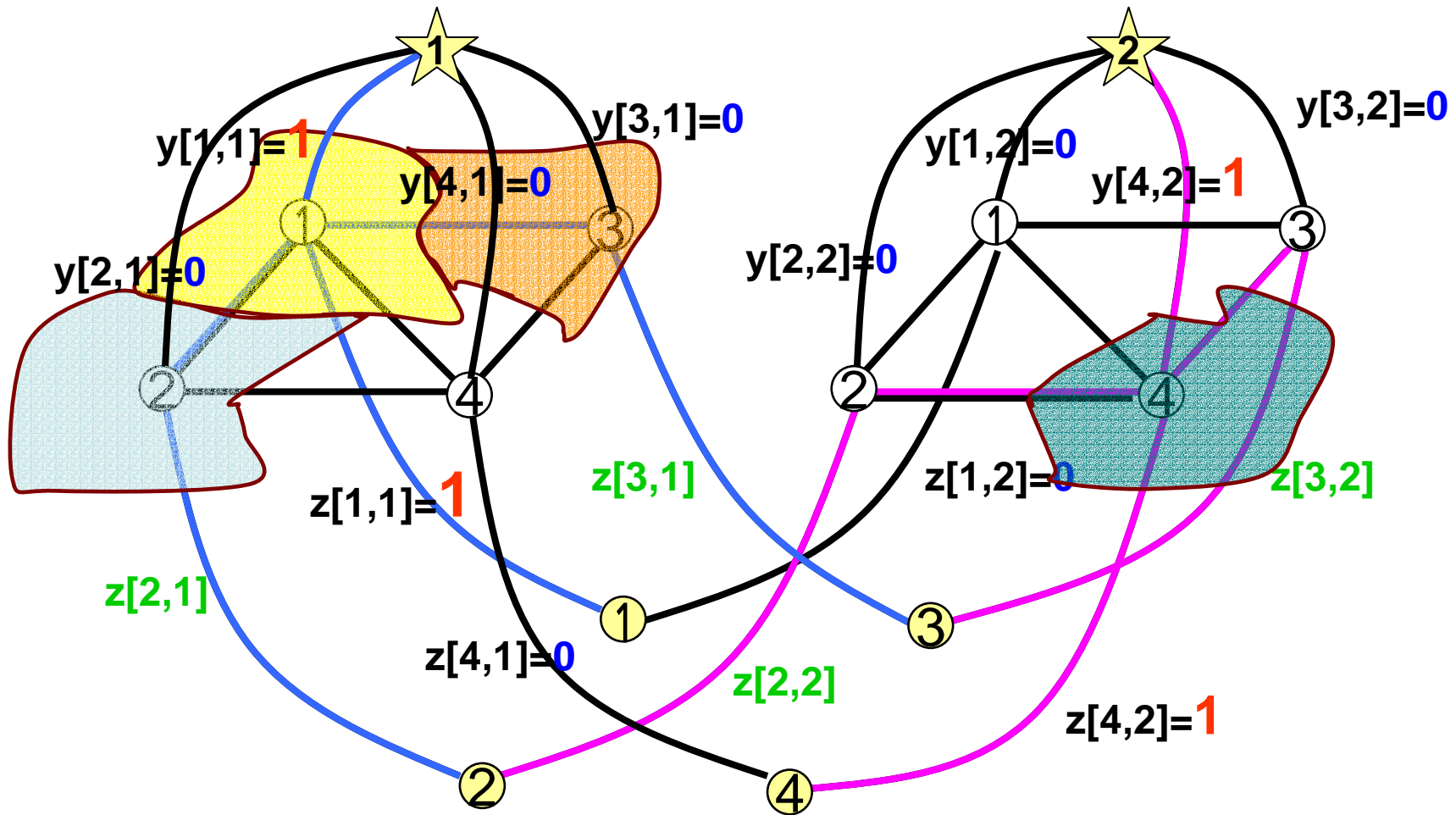
注目



都道府県によっては効果的
例:山形県
ブロック数 21億個以上
第1選別 562,676個
第2選別 26,491個

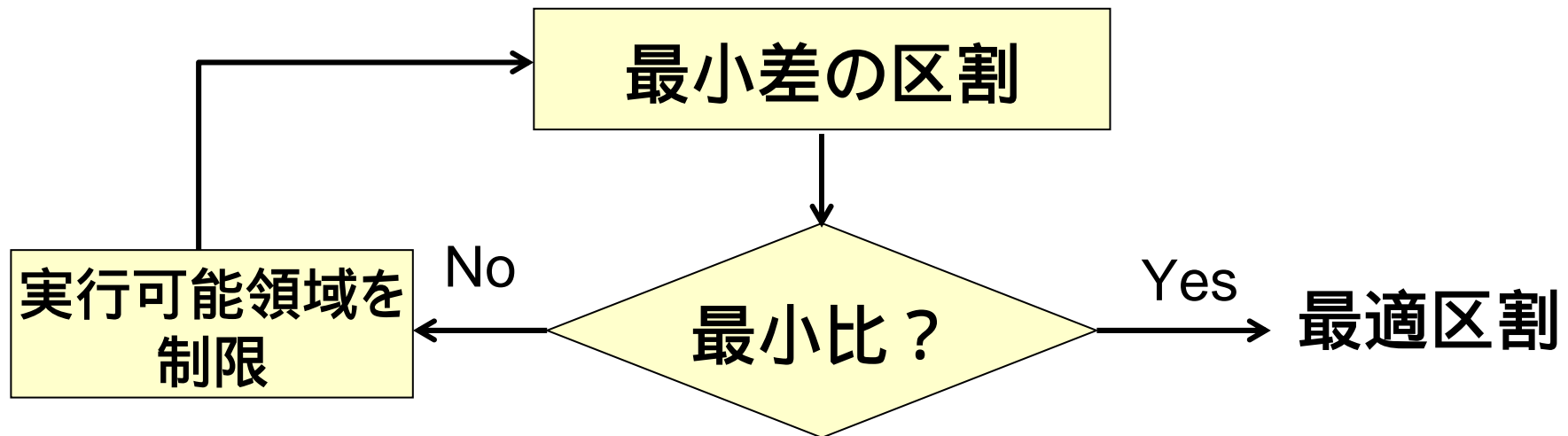


グラフ分割型での工夫 変数の事前固定処理

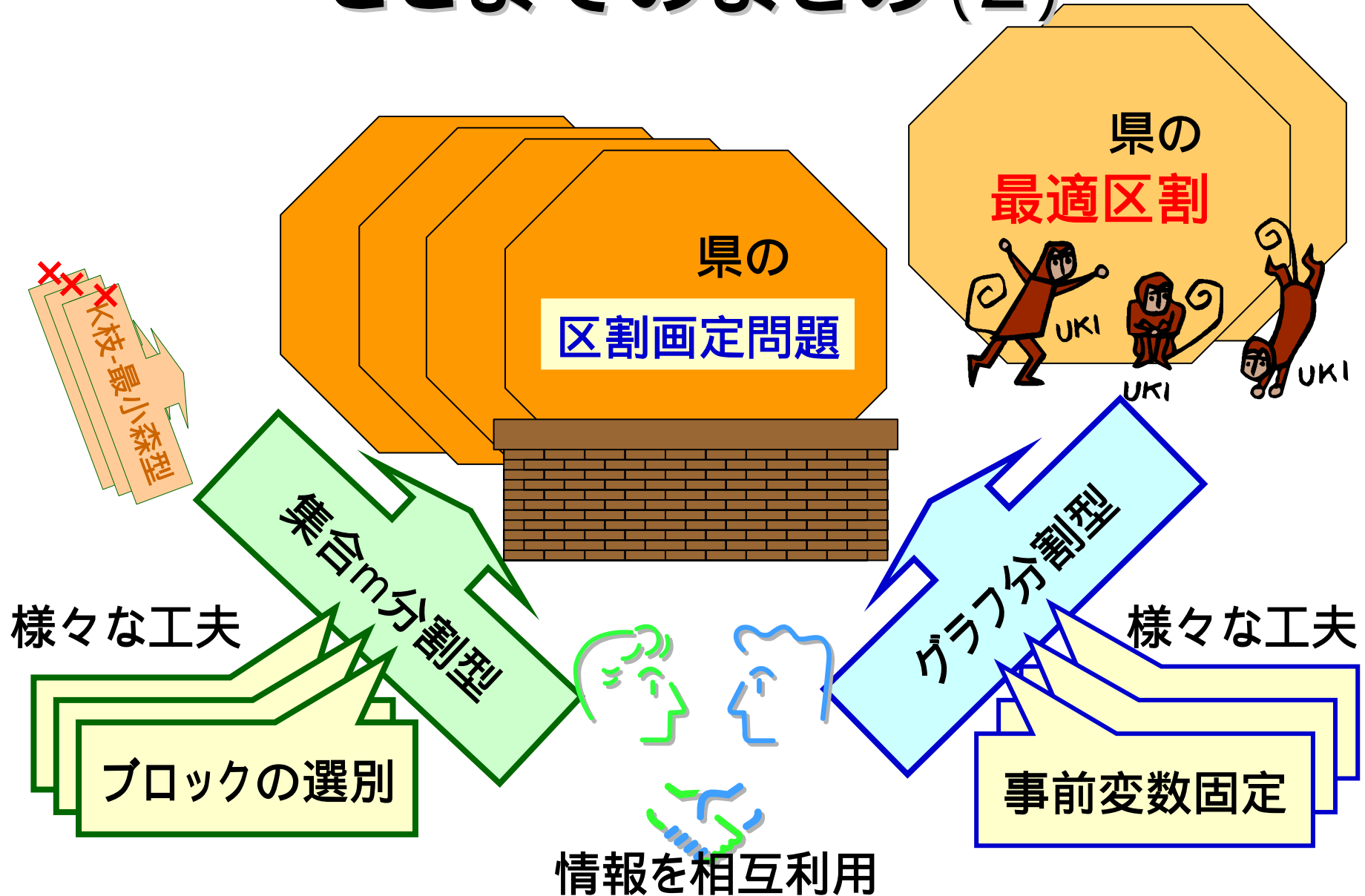


目的関数の工夫

- 最小比の最適化問題: パラメトリックに解く
 - 解導出 × 複数回
- 最小比 u/l 最小差 $u - l$



ここまでのまとめ(2)

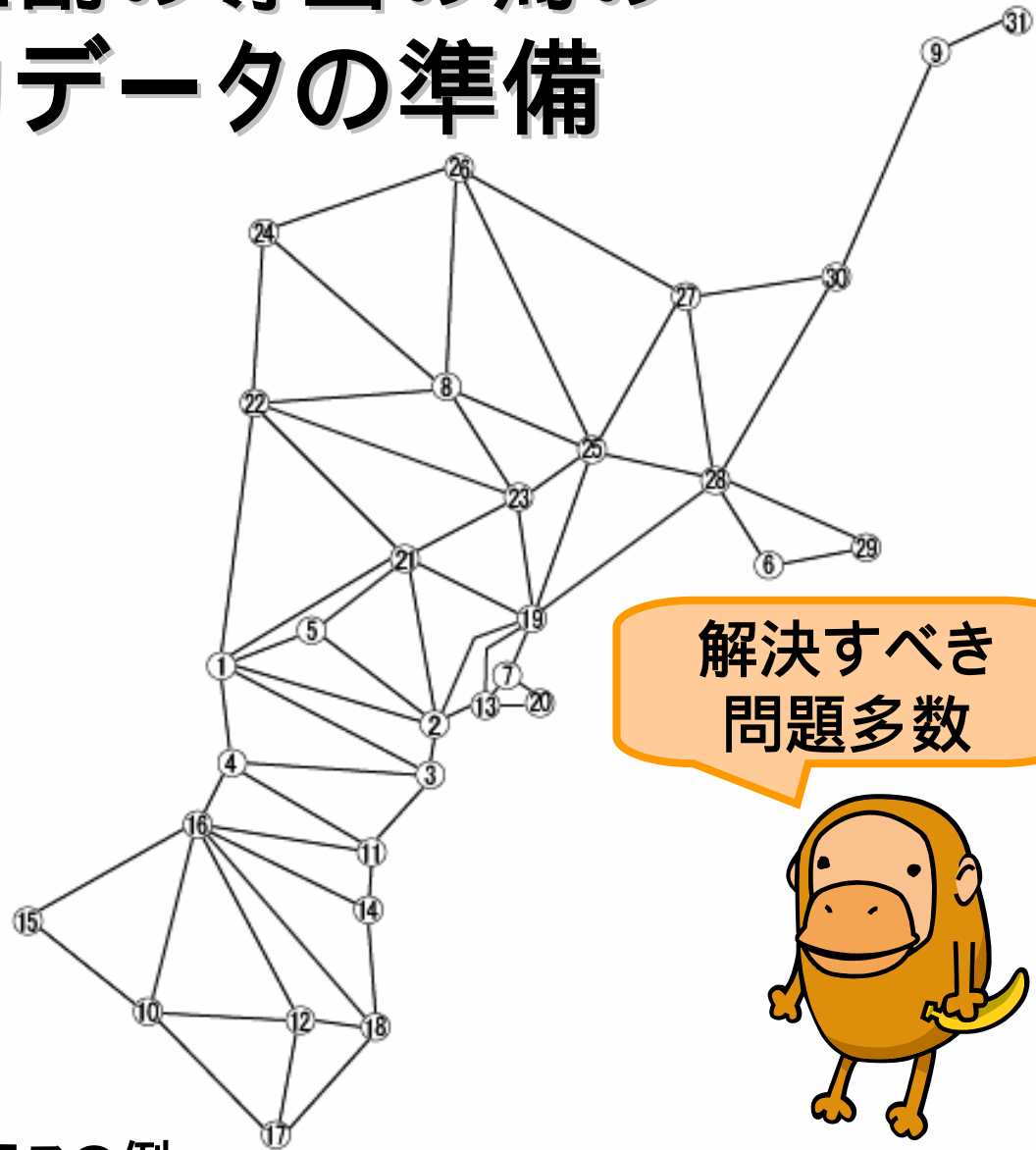


最適区割の導出の為の 入力データの準備

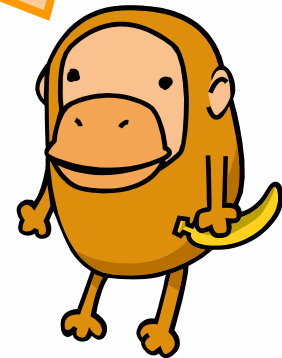
隣接とは?

- 市区郡隣接グラフ
- 各市区郡の人口

市区郡の**分割**

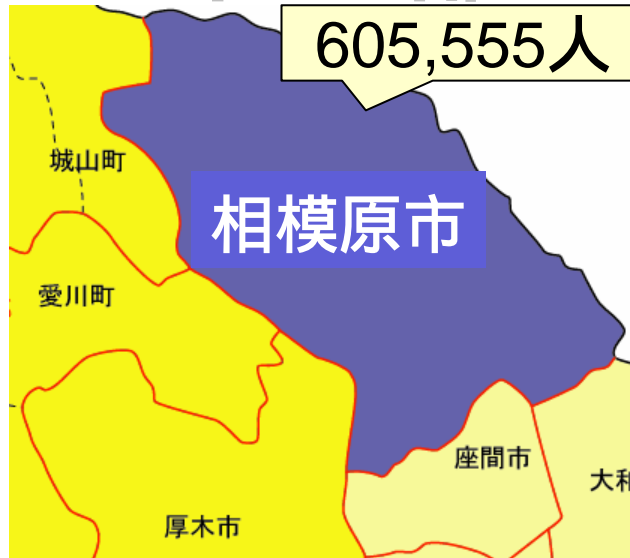


解決すべき
問題多数



市区郡隣接グラフの例

市区郡の分割に関する問題



作成方針

- 市区郡分割無し(例外有)
- 飛び地禁止
- 地域のつながりを考慮

564,085人 平均人口 × $4/3$ 以上

タイプA: 人口が多い市区

タイプB: 人口の少ない選挙区の防止

282,072人 平均人口 × $2/3$ 以下

タイプC: その他

分割
基準

分割
方法

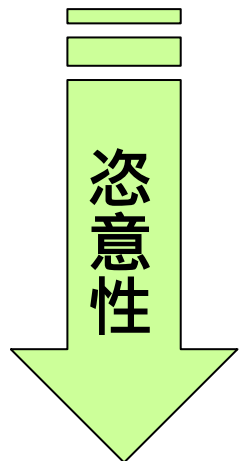
?

?

?

×

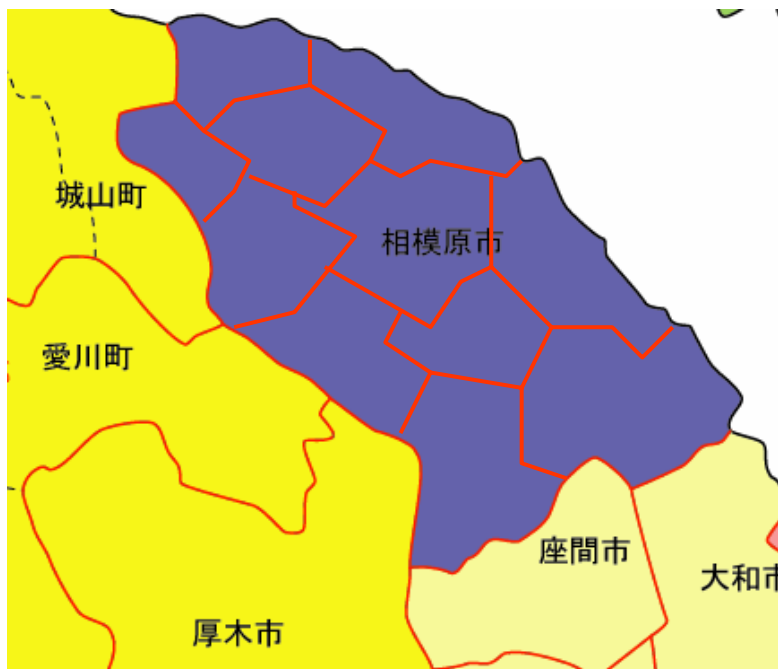
恣意性



タイプA: 人口の多い市区の分割

どのように分割するのが適切か?

案1: 市を地区に分割
詳細化し計算



案2: 単独区を事前割当
残人口を持つ市区とし計算



タイプB:小さな選挙区の防止

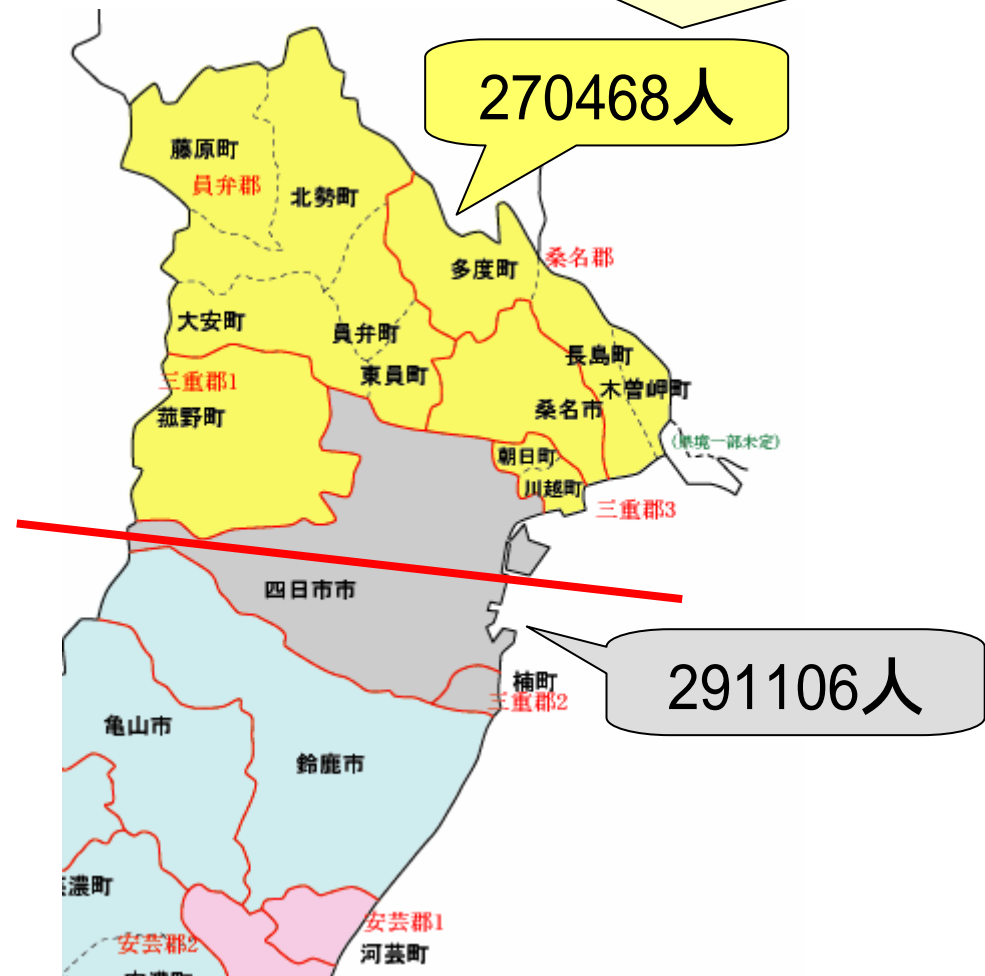
平均人口 × $\frac{2}{3}$ = 282,072人

分割基準を満たすか？

分割しない場合の
最適区割が必要

分割方法は？

四日市市のどの部
分が北部に？



分断無しの場合の最適区割

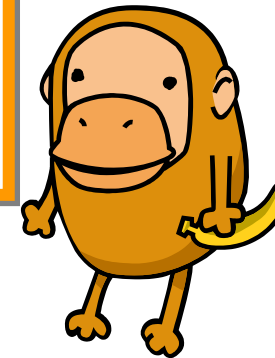
計算機実験と結果の考察

発表の流れ

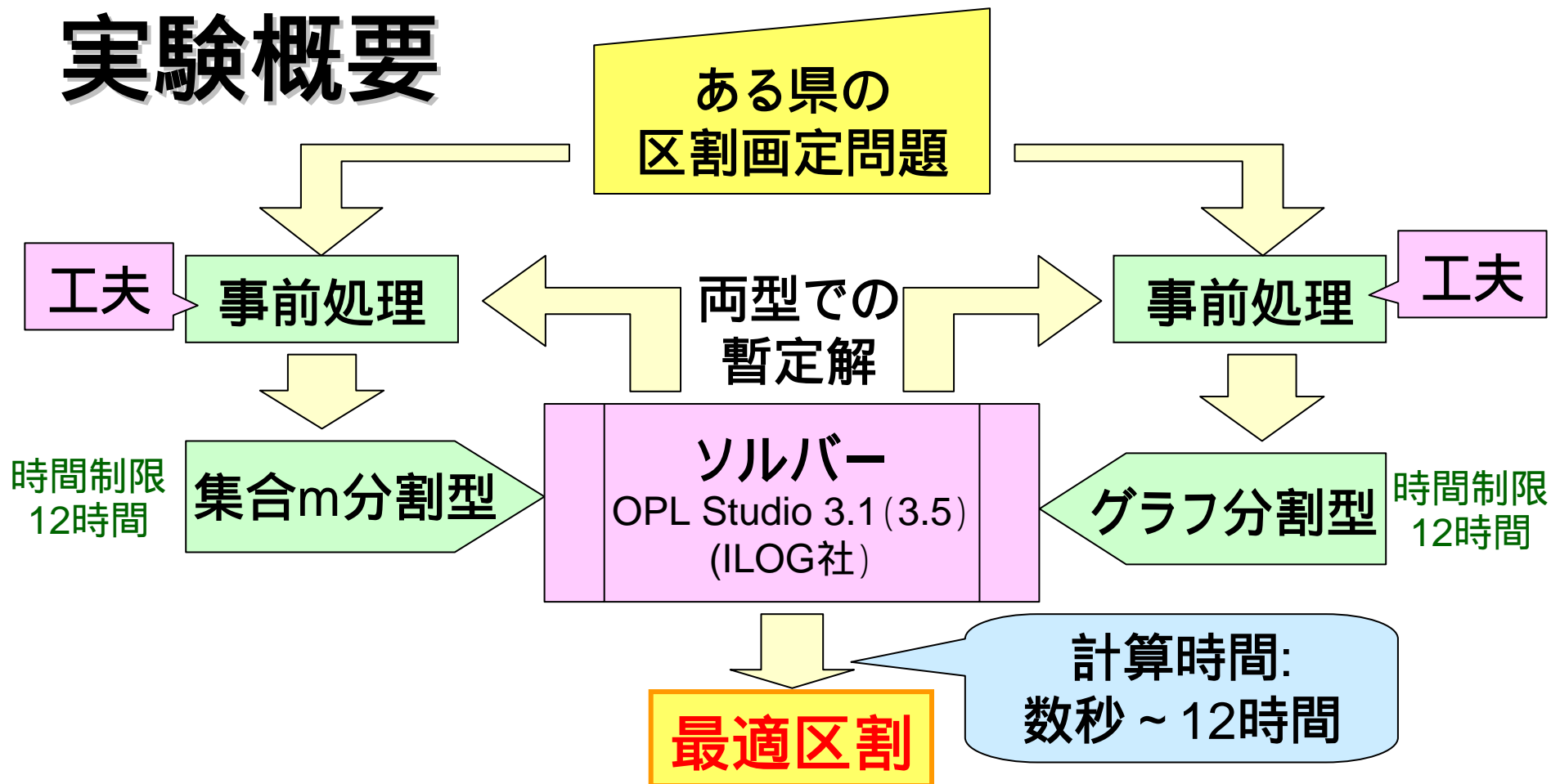


- 区割画定問題の紹介
- 最適区割導出のアイデア
- 計算機実験と結果の考察
- 最適区割から始まる新しい展開
- 今後の課題

3/5



実験概要



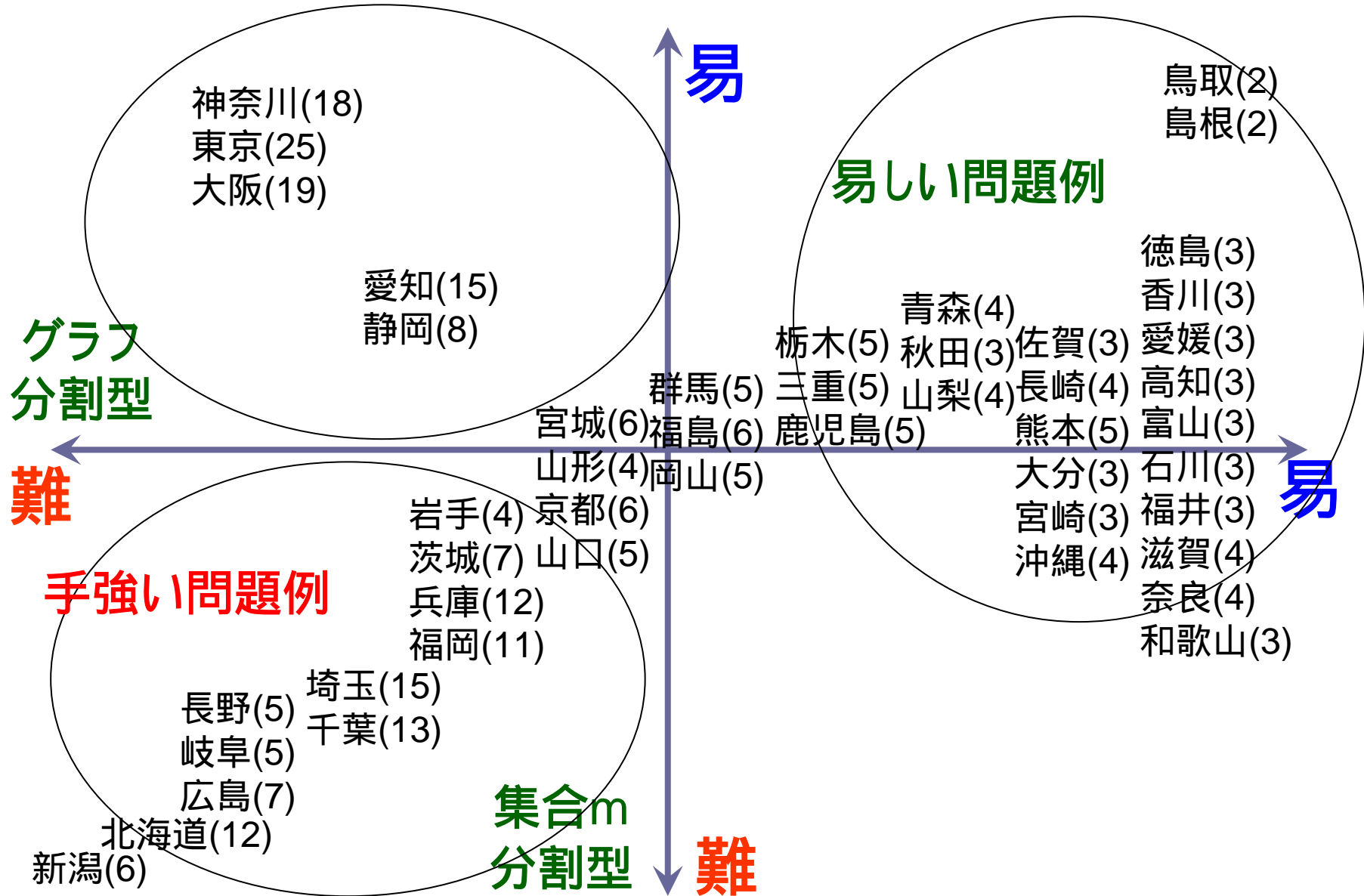
実験に用いた計算機



PentiumIII 800MHz
メモリ 512M
Windows2000

Pentium4 2.4GHz
メモリ 512M
WindowsXP

2つのモデルの補完と都道府県難度



結果(県別)



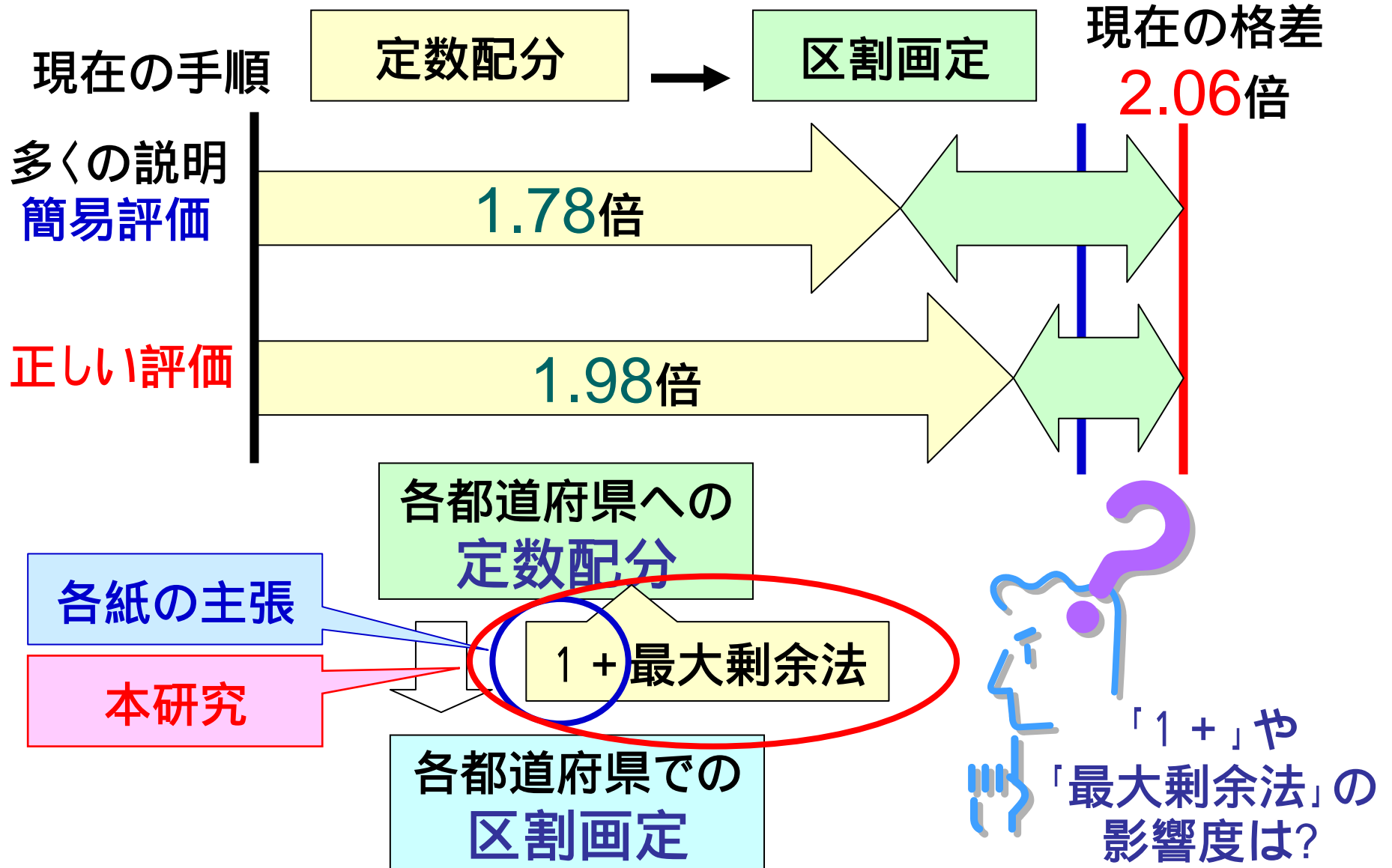
	現区割				最適区割			
	最大	最小	格差	分割	最大	最小	格差	分割
宮城県	508847	289877	1.76	-	429750	351141	1.22	-
長野県	536492	317922	1.69	-	443547	442346	1.00	-
福島県	542573	325422	1.67	-	436690	412832	1.06	-
愛知県	539164	328877	1.64	-	482687	460403	1.05	-
京都府	539209	333621	1.62	-	442941	437779	1.01	-
神奈川県	538502	338895	1.59	有	528821	417838	1.27	有
千葉県	550079	374264	1.47	有	464418	436391	1.06	有
東京都	551364	376789	1.46	有	536000	421504	1.27	有

結果(全国)

本研究

	旧区割 (1994)	現区割 (2002)	最適区割 (2002)
全国最大人口区	607,520	558,947	536,000
全国最小人口区	263,103	270,743	271,132
一票の重みの格差	2.57	2.06	1.98
2倍超選挙区数	95	9	0
分割市区郡数	21	23	19

一票の重みの格差の要因評価



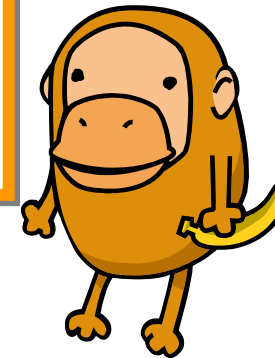
最適区割から始まる新しい展開

発表の流れ



- 区割画定問題の紹介
- 最適区割導出のアイデア
- 計算機実験と結果の考察
- 最適区割から始まる新しい展開
- 今後の課題

4/5



良い

格差縮小指向手順

現状の手順

各都道府県での
区割画定

各都道府県への
定数配分

格差発生

格差拡大

格差
最小化

未達が基本
格差情報利用

~~1+最大剰余法~~
人口比例

• 300議席を各都道府県に
1+人

各都道府県への
定数配分

各都道府県での
区割画定

難

格差縮小指向
で区割すべき

ナップザック
問題

導出可!

1+ ~~最大剰余法~~

都道府県
北海道
青森県

北海道: 12議席配分
 最大人口区 526639
 最小人口区 359526

列配分数	配分案	
= 12.33	12	13
= 3.04	3	4

北海道: 13議席配分
 最大人口区 500565
 最小人口区 338478

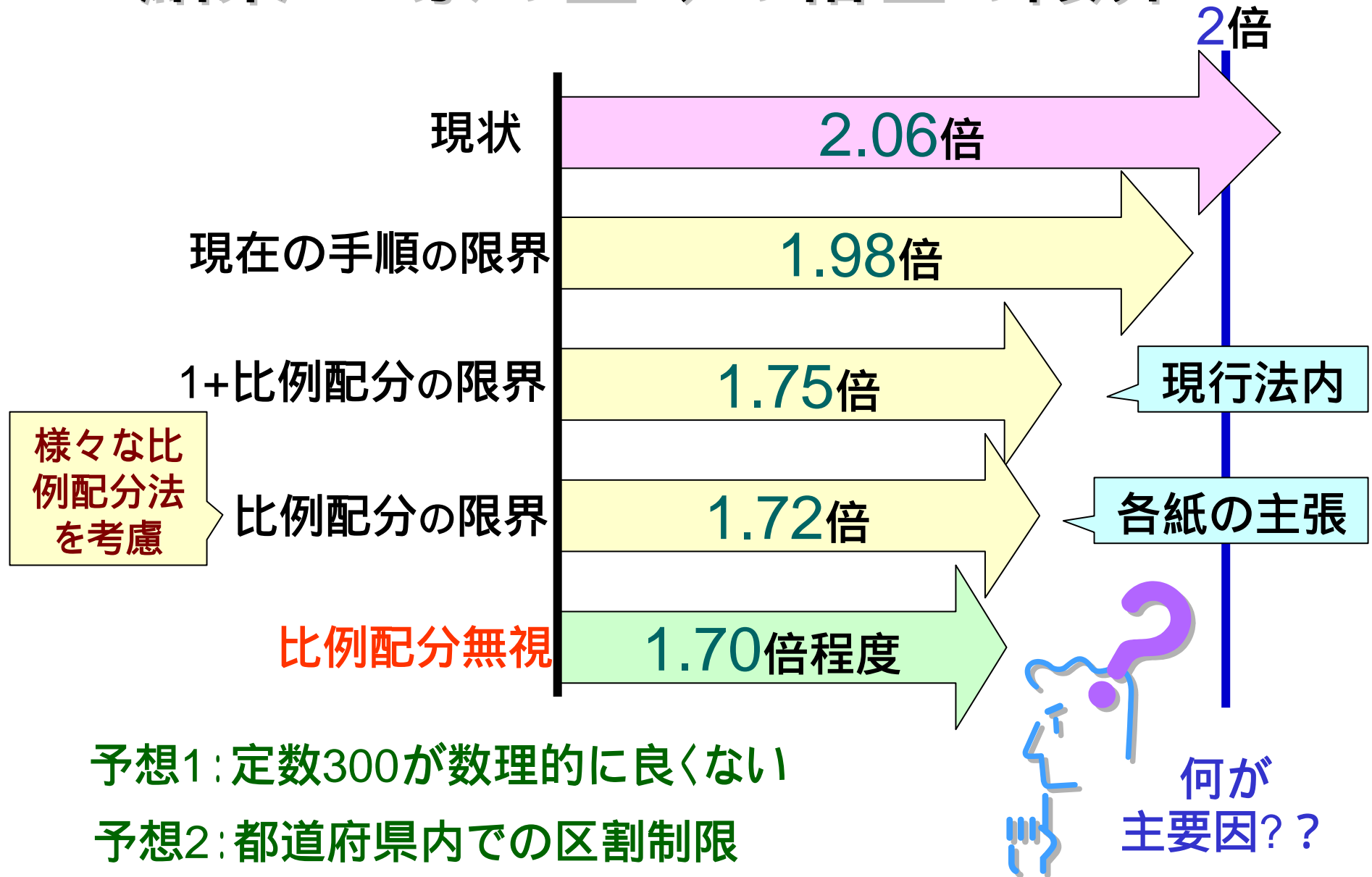
青森: 3議席配分
 最大人口区 493329
 最小人口区 490261

青森: 4議席配分
 最大人口区 493329
 最小人口区 490261

現行法内での自由度

全国での格差が最小になるように300議席を分配

結果：一票の重みの格差の限界



今後の課題

モデル化の課題

隣接とは？
頑健な区割
平成の大合併

応用面の課題

最適な議員定数は？
県境緩和の影響評価
実際の区割への適用

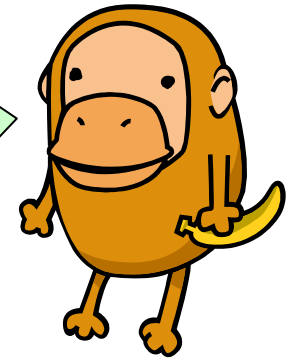
数理面の課題

- 市区郡分割の理論整備
- 最適区割の列挙・案選択法
- 第3の有力な定式化
- 高速解法(近似解法含)開発

他多数

お願い

ご意見,ご感想を
お寄せください。
必要でしたら,
お話にお伺いします。



終わり

