意思決定科学

情報学部 経営情報学科
堀田　敬介

2009.9.29,Tue.

目次

1．数理的意思決定とは？

1．数理的意思決定とは？

- 複数の代替案がある時，どの選択をするかにより結果が異なる

↓

客観的な指標が欲しい
- 選んだ代替案を他の代替案と比べた時，自分の意思決定がどの程度妥当だったのかの判断指標
- 意思決定者・グループが各代替案に対して
  - （なるべく）同じように評価・比較できる
  - （ある程度）説得力がある，etc.

↓

数理的な尺度で計測したらどうだろう

1．数理的意思決定とは？

- 数理的意思決定手法
  - ゲーム理論(Game Theory)
  - 線形計画法(LP)・多目的線形計画法(MLP)
  - 包絡分析法(DEA)
  - 階層分析法(AHP)・階層ネットワーク法(ANP)
  - シミュレーション(simulation)
  - 品質管理(TQC)
  - ブレーンストーミング〔問題発見・予測〕
  - 制約条件の理論(TOC)，etc.
- どの手法を用いればよいか？
  - 各手法は一長一短
  - 問題・状況を把握し最も適切な方法を採用
    - 何を知りたいのか？
    - 何がわかればよいのか？

問題の把握
と
手法の選択

1．数理的意思決定とは？

- 手法の適用とヒント
  - 問題発見・状況認識
    - 状況を把握し，問題の背後にある本質を追究．何を知りたいのか？
  - 推論・モデル作成
    - 推論に基づきモデル作成，現実を支配する法則を数量的に明確化
  - 実験的方法
    - 実験によりモデルの普遍性を確認．将来予測に役立てる
  - 問題の変換
    - 問題把握や解決が困難な問題を，容易な問題に変換して考える

1．数理的意思決定とは？

問題把握から意思決定までの流れ

1．問題･目的の明確化
2．代替案立案，モデル構築
 - 文章モデル，物理モデル，数学モデル，図モデル，シミュレーションモデル
3．結果の解釈・評価，代替案の評価と選択
4．モデルの妥当性評価，現実との乖離の検証
5．選択が満足，あるいは妥協できるか検討．

各手法を用いる際の注意点

- 方法論の妥当性．その手法でわかることとわからないことを把握
- モデルと現実の乖離を考察．両者のバランスを取る
- 結論を検証し，手法に問題がないか検討
- 数理的手法は，あくまで意思決定を支援する方法であり，どの意思決定をすればよいかを決めてくれるものではない
- どの方法を採用するかは，問題の状況にあわせて検討し，意思決定者または支援者が行うので，各手法の性質，長所・短所の把握が重要

2．数理的意思決定基準

2．数理的意思決定基準

例 文教太郎君のデート計画

太郎君は週末彼女の花子さんとデートを計画している


◆遊園地

◆ドライブ



◆映画鑑賞

◆マリンスポーツ


のいずれかをしたいと思っている．太郎君によると，花子さんは天気によってデートコースの評価（満足度）が変わるらしい．花子さんをとてもハッピーにしたい太郎君だが，週末の天気がどうなるかわからないので困っている．
太郎君の親友であるあなたは，どうアドバイスする？

2．数理的意思決定基準

太郎君のデート計画

各代替案と天候による花子の満足度（太郎の調査による）

	代替案＼天候	晴れ	曇り	雨	風
x_1	遊園地へ	50	35	20	40
x_2	ドライブ	45	50	35	25
x_3	映画鑑賞	35	35	40	30
x_4	マリンスポーツ	45	20	5	70

- もし，晴れたら ⇒ x_1案『遊園地へ』が一番よい
- もし，曇りなら ⇒ x_2案『ドライブ』が一番よい
- もし，雨ならば ⇒ x_3案『映画鑑賞』が一番よい
- もし，風ならば ⇒ x_4案『マリンスポーツ』が一番よい

どうしよう……．あなたならどうする？

2．数理的意思決定基準

各代替案に得点を与えて比較しよう

状態数 : j = 1， 2， 3， 4

代替案数	x_i＼j		晴	曇	雨	風
i=1	x_1	遊園地	50	35	20	40
2	x_2	ドライブ	45	50	35	25
3	x_3	映画鑑賞	35	35	40	30
4	x_4	マリンスポーツ	45	20	5	70

満足度を w_{ij} と表すことにしよう

$$\begin{cases} w_{11}=50, w_{12}=35, w_{13}=20, w_{14}=40 \\ w_{21}=45, w_{22}=50, w_{23}=35, w_{24}=25 \\ w_{31}=35, w_{32}=35, w_{33}=40, w_{34}=30 \\ w_{41}=45, w_{42}=20, w_{43}=5, w_{44}=70 \end{cases}$$

各代替案の得点は…

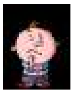
$$\begin{cases} S(x_1)=? \longleftarrow \text{遊園地の得点} \\ S(x_2)=? \longleftarrow \text{ドライブの得点} \\ S(x_3)=? \longleftarrow \text{映画鑑賞の得点} \\ S(x_4)=? \longleftarrow \text{マリンスポーツの得点} \end{cases}$$

つまり，
最も得点の高い代替案を
太郎君に推薦しよう！
ということ

2．数理的意思決定基準

ではどのように代替案に得点を付ける？

$$\begin{cases} S(x_1)=? \longleftarrow \text{遊園地の得点} \\ S(x_2)=? \longleftarrow \text{ドライブの得点} \\ S(x_3)=? \longleftarrow \text{映画鑑賞の得点} \\ S(x_4)=? \longleftarrow \text{マリンスポーツの得点} \end{cases}$$



代替案選択のための5つの基本的基準

- ラプラスの基準 Laplace … S_L
- マキシミンの基準 maximin … S_p
- マキシマックスの基準 maximax … S_q
- フルビッツの基準 Hurwitz … S_F
- ミニマックス・リグレット基準 minimax regret … S_r

2．数理的意思決定基準

x_i ＼ j		晴	曇	雨	風
x_1	遊園地	50	35	20	40
x_2	ドライブ	45	50	35	25
x_3	映画鑑賞	35	35	40	30
x_4	マリンスポーツ	45	20	5	70

w_{ij}

ラプラスの基準

- 状態の生起確率を等確率とした期待値（＝算術平均）
- S_L が最大となる代替案を選択

$$\begin{cases} S_L(x_1) = (50+35+20+40)/4 = 36.25 \\ S_L(x_2) = (45+50+35+25)/4 = 38.75 \\ S_L(x_3) = (35+35+40+30)/4 = 35.0 \\ S_L(x_4) = (45+20+5+70)/4 = 35.0 \end{cases}$$

★ $\max_i S_L(x_i)$ ただし，$S_L(x_i) = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} w_{ij}$

2．数理的意思決定基準

x_i ＼ j		晴	曇	雨	風
x_1	遊園地	50	35	20	40
x_2	ドライブ	45	50	35	25
x_3	映画鑑賞	35	35	40	30
x_4	マリンスポーツ	45	20	5	70

w_{ij}

マキシミンの基準

- 最悪の状態を考え，そのうち最もよい案を選択（悲観論者の基準）
- S_p が最大となる代替案を選択

$$\begin{cases} S_p(x_1) = \min\{50,35,20,40\} = 20 \\ S_p(x_2) = \min\{45,50,35,25\} = 25 \\ S_p(x_3) = \min\{35,35,40,30\} = 30 \\ S_p(x_4) = \min\{45,20,5,70\} = 5 \end{cases}$$

★ $\max_i S_p(x_i)$ ただし，$S_p(x_i) = \min_j w_{ij}$

2．数理的意思決定基準

x_i ＼ j		晴	曇	雨	風
x_1	遊園地	50	35	20	40
x_2	ドライブ	45	50	35	25
x_3	映画鑑賞	35	35	40	30
x_4	マリンスポーツ	45	20	5	70

w_{ij}

マキシマックスの基準

- 最良の状態を考え，そのうち最もよい案を選択（楽観論者の基準）
- S_q が最大になる案を選択

$$\begin{cases} S_q(x_1) = \max\{50,35,20,40\} = 50 \\ S_q(x_2) = \max\{45,50,35,25\} = 50 \\ S_q(x_3) = \max\{35,35,40,30\} = 40 \\ S_q(x_4) = \max\{45,20,5,70\} = 70 \end{cases}$$

★ $\max_i S_q(x_i)$ ただし，$S_q(x_i) = \max_j w_{ij}$

2．数理的意思決定基準

x_i ＼ j		晴	曇	雨	風
x_1	遊園地	50	35	20	40
x_2	ドライブ	45	50	35	25
x_3	映画鑑賞	35	35	40	30
x_4	マリンスポーツ	45	20	5	70

w_{ij}

フルビッツの基準

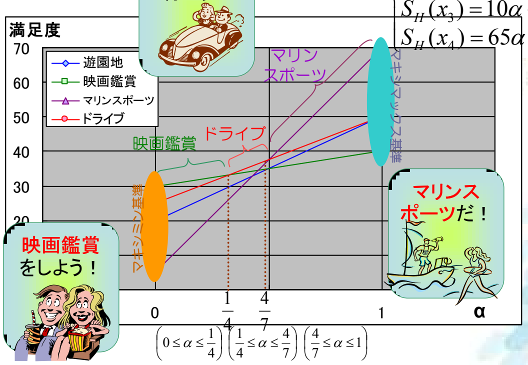
- 悲観と楽観のバランスを取る
- 悲観・楽観度αがその程度を表す
  - $\alpha=1$：マキシマックスの基準と同じ
  - $\alpha=0$：マキシミンの基準と同じ
- S_Hが最大になる案を選択

$$\begin{cases} S_H(x_1) = 50\alpha + 20(1-\alpha) = 30\alpha + 20 \\ S_H(x_2) = 50\alpha + 25(1-\alpha) = 25\alpha + 25 \\ S_H(x_3) = 40\alpha + 30(1-\alpha) = 10\alpha + 30 \\ S_H(x_4) = 70\alpha + 5(1-\alpha) = 65\alpha + 5 \end{cases}$$

★ $\max_i S_H(x_i)$ ただし，

$S_H(x_i) = \alpha \max_j w_{ij} + (1-\alpha)\min_j w_{ij} \quad (0 \le \alpha \le 1)$

$$\begin{cases} S_H(x_1) = 30\alpha + 20 \\ S_H(x_2) = 30\alpha + 25 \\ S_H(x_3) = 10\alpha + 30 \\ S_H(x_4) = 65\alpha + 5 \end{cases}$$



2．数理的意思決定基準

x_i ＼ j		晴	曇	雨	風
x_1	遊園地	50	35	20	40
x_2	ドライブ	45	50	35	25
x_3	映画鑑賞	35	35	40	30
x_4	マリンスポーツ	45	20	5	70

w_{ij}

ミニマックス・リグレット基準

- 状態が予め分かっていれば選択しただろう最良案と，実際に選択した案との差〈後悔の念（リグレット），機会損失〉を考え，代替案毎にそれが最大になるものを各々求め，それを最小にする

（クヨクヨ〔後悔大好き〕悲観論者の基準）

- 最大機会損失S_r が最小になる案を選択

★ $\min_i S_r(x_i)$ ただし，

$S_r(x_i) = \max_j \{\max_i w_{ij} - w_{ij}\}$

2．数理的意思決定基準

ミニマックス・リグレット基準

満足度表からリグレット表を作る

満足度表

	代替案＼天候	晴れ	曇り	雨	風
x_1	遊園地へ	50	35	20	40
x_2	ドライブ	45	50	35	25
x_3	映画鑑賞	35	35	40	30
x_4	マリンスポーツ	45	20	5	70

最大機会損失 W_S を最小に

$$S_r(x_1) = \max\{0,15,20,30\} = 30$$
$$S_r(x_2) = \max\{5,0,5,45\} = 45$$
$$S_r(x_3) = \max\{15,15,0,40\} = 40$$
$$S_r(x_4) = \max\{5,30,35,0\} = 35$$

リグレット（機会損失）表

	代替案＼天候	晴れ	曇り	雨	風
x_1	遊園地へ	0	15	20	30
x_2	ドライブ	5	0	5	45
x_3	映画鑑賞	15	15	0	40
x_4	マリンスポーツ	5	30	35	0

遊園地へ行こう！

2．数理的意思決定基準

- ラプラス基準 ⇒ x_2案：ドライブ
  - 平均（等確率の期待値）
- マキシミン基準 ⇒ x_3案：映画鑑賞
  - 悲観論者のための指標
- マキシマックス基準 ⇒ x_4案：Mスポーツ
  - 楽観論者のための指標
- フルビッツ基準 ⇒ x_2案：ドライブ ／ x_3案：映画鑑賞 ／ x_4案：Mスポーツ
  - 中庸をゆく人の指標
- ミニマックス・リグレット基準 ⇒ x_1案：遊園地
  - 別基準の悲観論者用

2．数理的意思決定基準

どの意思決定基準を採用すればいいのか？

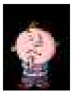
意思決定者の視点

決定基準が立脚している視点
- 生起確率等,
- 悲観的,
- 楽観的,
- 悲観～楽観 程度毎,
- 最大機会損失最小

のうち意思決定者が適当と考える視点に合致したものを選ぶ.

問題の性質

決定基準の持つ性質を把握・検討し，現在直面している問題の状況に最も相応しいものを採択.



2．数理的意思決定基準

演習：

会社の中途採用の募集を掛けたところ，４人の応募があった．面接・試験等を行い，以下の能力が認められた．誰を採用すべきか？

	交渉力	事務処理	発想力	勤勉さ	粘り強さ
太郎	95	30	20	15	50
次郎	70	30	90	85	20
三郎	45	95	80	60	75
四郎	60	65	55	65	85

3．意思決定者毎に最適は違う

3．意思決定者で最適が違う！

例 宅配ピザの広告（チラシ）配達

想定顧客の分類
- 宅配ピザは大好き
- 宅配ピザなど頼まない

} 適当に配達する（とりあえず考えない）

- 宅配ピザは嫌いではない → 配達頻度をどうするか？

問題 何が難しい（問題）か…
- 頻繁な広告，……嫌がられる.
- 余り広告をしないと，……忘れられてしまう.

⇒ 最適広告間隔は？

例えば…

広告配達間隔の観点から

倦怠度 と 疎遠度 を考察

倦怠度…嫌がられ度

広告配達間隔が短ければ飽きられる
毎日もらうより１週間ぶりのほうが新鮮

⇒ 倦怠度 y は広告配達間隔 x に**反比例**するだろう

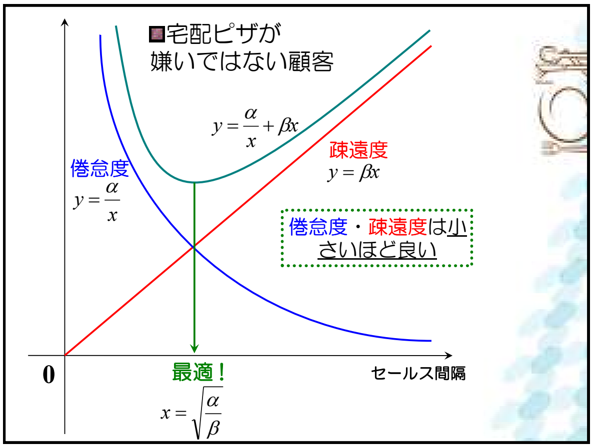
$y = \frac{\alpha}{x}$ 〔αは人による反比例定数〕

疎遠度…忘れられ度

広告配達間隔が長いと親密感が育ちにくい
商品も広告内容も忘れられる

⇒ 疎遠度 y は広告配達間隔 x に**比例**するだろう

$y = \beta x$ 〔βは人による比例定数〕



さて…

例 宅配ピザの広告（チラシ）配達

想定する顧客の嗜好による戦略の変更

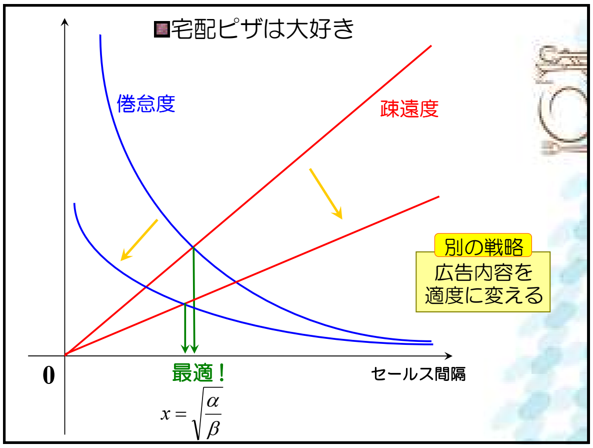
■宅配ピザは大好き

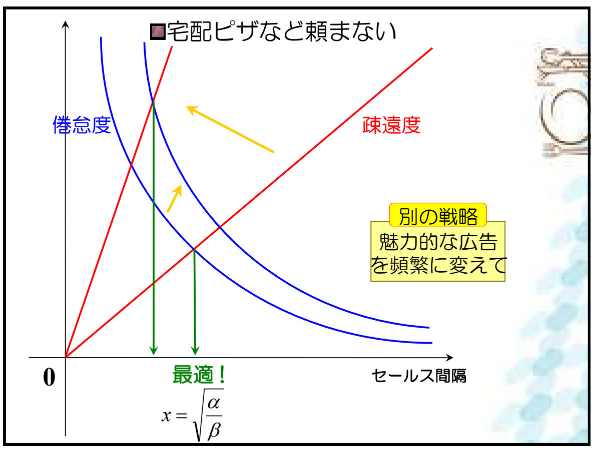
⇒ セールス間隔に対し倦怠度小・疎遠度小

■宅配ピザなど頼まない

⇒ セールス間隔に対し倦怠度大・疎遠度大

■宅配ピザは嫌いではない



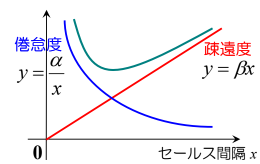


3．意思決定者で最適が違う！

演習：

倦怠度と疎遠度を表す比例定数α，βがそれぞれ以下のように与えられる顧客がいた場合，最適セールス間隔を求めよ．

- 太郎：倦怠度の比例定数α=3，疎遠度の比例定数β=5
- 次郎：倦怠度の比例定数α=2，疎遠度の比例定数β=6
- 花子：倦怠度の比例定数α=4，疎遠度の比例定数β=2
- 湘子：倦怠度の比例定数α=1，疎遠度の比例定数β=7



まとめ

- 採用基準により結果が違う
- 同じ基準でも，人により結果が違う

問題と，その問題に直面している人に，
最もよい基準・手法と調整を行うことが
最適な意思決定に通ずる！

参考文献

- 木下栄蔵「わかりやすい意思決定論入門」近代科学社（1996）
- 岡田章「ゲーム理論」有斐閣（1997）
- 渡辺隆裕「ゲーム理論入門」日本経済新聞出版社（2008）