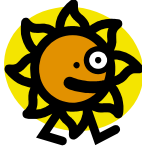


2003 年度
数 理 計 画
期末試験問題

解答上の注意

- ✚ 解答用紙への記入はどのような順番でもかまいませんが，どの問題についての解答なのかは解答用紙に明記してください。
- ✚ 解答用紙には，解答だけではなく必要かつ十分な解の導出過程を採点者にわかりやすいように記述してください。
- ✚ 問題用紙の最後の 1 枚はメモ用の白紙です．問題用紙のホチキスははずしてもかまいません。
- ✚ 解答用紙のホチキスははずさないでください．裏面を使用してもかまいません．解答用紙が不足したら手を挙げて要求してください。





問題 1

文教製菓では 3 つの商品 A, B, C でクーポン券の枚数に応じてさらにもう一個プレゼントキャンペーンを実施している。商品の価格と、キャンペーンの実施内容は以下のようにまとめられる。

- 商品 A は 1 個 300 円で、1 個に X クーポン券が 1 枚付いている。
この X クーポン券 12 枚で 1 個の商品 A と交換できる。
- 商品 B は 1 個 150 円で、1 個に Y クーポン券が 2 枚付いている。
この Y クーポン券 20 枚で 1 個の商品 A と、
また、Y クーポン券 12 枚で 1 個の商品 B と交換できる。
- 商品 C は 1 個 480 円で、Z クーポン券が 2 枚付いている。
この Z クーポン券 15 枚で 1 個の商品 A と、
Z クーポン券 10 枚で 1 個の商品 B と、
Z クーポン券 40 枚で 1 個の商品 C と交換できる。



なお、クーポン券との交換で得た商品にはクーポン券が張られていないとする。また、消費税は考えないものとする。

以下の問いに答えよ。

1. 商品 A を 25 個、商品 B を 20 個、商品 C を 80 個手に入れたい。最低いくら必要になるか。
2. 小問(1)の問題を次の変数に関する説明を参考にして定式化せよ。

ここで、問題で求めたいものは各商品の有料での購入数と、各クーポンから交換で得る商品の個数と考えられる。そこで変数として以下の 9 つを準備した。これらの変数を必要なら用いて、問題を定式化せよ。使わない変数があってもよいし、他に必要な変数があれば新たに使用してもよい。

商品 A の購入個数: x_A , 商品 B の購入個数: x_B , 商品 C の購入個数: x_C

X クーポン券から交換する商品 A の個数 y_{XA} , Y クーポン券から交換する商品 A の個数 y_{YA} ,

Y クーポン券から交換する商品 B の個数 y_{YB} , Z クーポン券から交換する商品 A の個数 y_{ZA} ,

Z クーポン券から交換する商品 B の個数 y_{ZB} , Z クーポン券から交換する商品 C の個数 y_{ZC}

(単位はすべて個)

3. クーポン券でもらえる商品にもクーポン券を張ったままで交換することにルールが変更された。商品 A を 25 個、商品 B を 20 個、商品 C を 80 個手に入れるには、最低いくら必要になるだろうか。この問題を上記の変数に関する説明を参考にして定式化せよ。(定式化を行なうだけで、最適解を求める必要はない。)



問題 2

次の線形計画問題に関し、以下の問に答えよ。

$$\begin{aligned} \text{maximize } & z = -x_1 + 2x_2 \\ \text{subject to } & 2x_1 + x_2 \geq 8 \quad \dots \\ & x_1 + 3x_2 + x_3 = 9 \quad \dots \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

- (1) 2段階シンプレックス法で最適解と最適値を求めよ。
- (2) 制約式 の右辺の値(現在の値は8)が1単位増加した場合、最適値はどのように変化するか。
- (3) 上記(2)で求めた変化率が維持される制約式 の右辺の値(現在の値は8)の変化の範囲を求めよ。
- (4) 現在の最適解が維持される範囲で目的関数の x_2 の係数(現在は2)が変化できる範囲を求めよ。
- (5) 制約式 に対して使用する双対変数を y_1 、制約式 に対して使用する双対変数を y_2 とし、上記の線形計画問題の双対問題を定式化せよ。



問題 3

文教工業ではある原料 A, B から専用設備を使用して 2 種類の工業薬品 P と Q を生産している。薬品 P を 1 リットル作るには原料 A は 4Kg, 原料 B は 2Kg 必要で, 専用設備を 2 時間使用し完成する。一方, 製品 Q を 1 リットル製造するには, 原料 A は 5kg, 原料 B が 5kg 必要で, 専用設備を 1 時間使用し完成する。

原料の 1 日当たりの使用可能量は原料 A が 30kg, 原料 B が 25kg である。また, 専用設備は 1 日最大 12 時間までしか使用できない。

現在の製品の 1 リットル当たりの利益は製品 P が 5 万円, 製品 Q が 9 万円である。

製品 P と製品 Q の製造によって得られる利益を最大にするには製品 P と製品 Q をそれぞれ 1 日当たり何リットル生産すれば良いかを決めたい。そこで, 定式化した問題を LINDO に入力し(画面), その結果を得た(画面)。

画面 (入力画面)

画面 (結果画面)

<pre> max 5x1+9x2 st 4x1+5x2<30 2x1+5x2<25 2x1+x2<12 end </pre>	<p>LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2</p> <p>OBJECTIVE FUNCTION VALUE</p> <p>1) 48.50000</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>VARIABLE</th> <th>VALUE</th> <th>REDUCED COST</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>X1</td> <td>2.500000</td> <td>0.000000</td> </tr> <tr> <td>X2</td> <td>4.000000</td> <td>0.000000</td> </tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th>ROW</th> <th>SLACK OR SURPLUS</th> <th>DUAL PRICES</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2)</td> <td>0.000000</td> <td>0.700000</td> </tr> <tr> <td>3)</td> <td>0.000000</td> <td>1.100000</td> </tr> <tr> <td>4)</td> <td>3.000000</td> <td>0.000000</td> </tr> </tbody> </table> <p>NO. ITERATIONS= 2</p> <p>RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:</p> <p>OBJ COEFFICIENT RANGES</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>VARIABLE</th> <th>CURRENT COEF</th> <th>ALLOWABLE INCREASE</th> <th>ALLOWABLE DECREASE</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>X1</td> <td>5.000000</td> <td>2.200000</td> <td>1.400000</td> </tr> <tr> <td>X2</td> <td>9.000000</td> <td>3.500000</td> <td>2.750000</td> </tr> </tbody> </table> <p>RIGHTHAND SIDE RANGES</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>ROW</th> <th>CURRENT RHS</th> <th>ALLOWABLE INCREASE</th> <th>ALLOWABLE DECREASE</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>30.000000</td> <td>3.750000</td> <td>5.000000</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>25.000000</td> <td>5.000000</td> <td>5.000000</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>12.000000</td> <td>INFINITY</td> <td>3.000000</td> </tr> </tbody> </table>	VARIABLE	VALUE	REDUCED COST	X1	2.500000	0.000000	X2	4.000000	0.000000	ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES	2)	0.000000	0.700000	3)	0.000000	1.100000	4)	3.000000	0.000000	VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE	X1	5.000000	2.200000	1.400000	X2	9.000000	3.500000	2.750000	ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE	2	30.000000	3.750000	5.000000	3	25.000000	5.000000	5.000000	4	12.000000	INFINITY	3.000000
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST																																																
X1	2.500000	0.000000																																																
X2	4.000000	0.000000																																																
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES																																																
2)	0.000000	0.700000																																																
3)	0.000000	1.100000																																																
4)	3.000000	0.000000																																																
VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE																																															
X1	5.000000	2.200000	1.400000																																															
X2	9.000000	3.500000	2.750000																																															
ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE																																															
2	30.000000	3.750000	5.000000																																															
3	25.000000	5.000000	5.000000																																															
4	12.000000	INFINITY	3.000000																																															

以下の問いに答えよ。

- (1) 総利益を最大にする各薬品の製造量とそのときの利益を答えよ。
- (2) 小問(1)にて得た最適な製造量で生産を行っているとき、専用設備は1日当たり何時間使用しているか。
- (3) 小問(1)にて得た最適な製造量で生産を行っているとき、もしも、原料Aの現在の1日当たりの使用可能量のみが1kg増えたとすると総利益はいくら増えるか。
- (4) 小問(3)で求めた割合で総利益が増えるのは、原料Aの1日当たりの使用可能量をどこまで増やしたときか。
- (5) 文教工業では新製品Rを開発している。新製品Rを1リットル生産するには原料Aを3kg、原料Bを2kg、専用設備を1時間使用する必要がある。小問(1)にて得た最適な製造量で生産を行っているとき、新製品Rの生み出す利益が1リットル当たりいくらだったら新製品Rの生産をはじめべきか、適切にアドバイスせよ。
- (6) 現在、小問(1)にて得た最適な製造量で生産していると仮定する。製品Qの1リットル当たりの利益が6万円にダウンした。生産計画を変更すべきかどうか判断せよ。
- (7) 適当な変数を用いて、定式化した線形計画問題の双対問題を答えよ。
- (8) 小問(7)で求めた双対問題の最適解と最適値を答えよ。
- (9) 小問(8)で求めた双対問題はどのような意味を持つ最適化問題なのだろうか。この問題の設定から想像して答えよ。