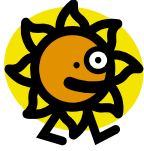


2004 年度
数 理 計 画
期末試験問題

解答上の注意

- ✚ 解答用紙への記入はどのような順番でもかまいませんが，どの問題についての解答なのかは解答用紙に明記してください。
- ✚ 解答用紙には，解答だけではなく必要かつ十分な解の導出過程を採点者にわかりやすいように記述してください。
- ✚ 問題用紙の最後の 1 枚はメモ用の白紙です．問題用紙のホチキスははずしてもかまいません。
- ✚ 解答用紙のホチキスははずさないでください．裏面を使用してもかまいません．解答用紙が不足したら手を挙げて要求してください。





問題 1

湘南ドリンクではある果汁から作られる口当たりのよい水を混ぜない「天然素材湘南ジュース」を製造販売し人気商品になっている。人気の口当たりを作り出すポイントは、原料となる果汁に含まれるある成分 X の割合にある（具体的な成分名は極秘事項で公開できない）。果汁の重量に対し成分 X の重量の割合が 45%になるものを原料として使用する点がポイントなのだ。ただ、45%のプラスマイナス 5%以内、つまり果汁重量に対する成分 X の重量の割合が 40%以上 50%以下の果汁を用いれば熟練の職人の腕により満足できる湘南ジュースを生産可能である。

さて、湘南ドリンクでは湘南ジュースの増産に踏み切ることにした。増産計画では 1 日 2500 リットルの果汁液の確保が必要となる。ところが、この原料の確保で困った事態が起きた。実は、湘南ドリンクでは今までは社長の知り合いの果樹農家の文教さんに果汁を 1 日 500 リットル生産してくれるように頼み原料としていたが、増産となると原料が足りなくなる。

そこで近隣の業者 A と業者 B からもさら購入しようと思う。ただ、一日に必要な 2500 リットルをどのように購入したらよいか決め兼ねている。文教さんからは今までの縁もあるので価格に関係なく毎日 500 リットルは今後も購入し続ける契約を既に結んでいるので業者 A や業者 B から購入する果汁は 1 日 2000 リットルでよい。各果汁のデータは以下の表の通りである。

表：各果汁に関するメモ

	1 リットル当たりの重さ	1kg 当たりの成分 X の重さ	1 リットル当たりの価格	1 日の購入可能量
業者 A	1.5kg	20%	150 円	事実上無制限
業者 B	1.6kg	50%	180 円	事実上無制限
文教さん	1.5kg	40%	200 円	500 リットル (購入必須)

原料費削減を考えると業者 A の果汁が安いので業者 A から購入すればよいが、業者 A の果汁は成分 X の含有量が少ないのでそのままでは使用できない。そこで、成分 X を多く含む業者 B の果汁や文教さんから購入している果汁を混ぜて使用すれば原料として使用できそうな気がする。しかし、各業者から何リットルずつ買えば原料費を安く押さえた上に混合後の果汁重量に対する成分 X の重量の割合が 40%以上 50%以下にできるかがわからない。以下の問いに答えよ。

- (1) 仮に業者 A から 1000 リットル、業者 B から 1000 リットル、文教さんから 500 リットルの果汁液を購入し混合した場合、混合後の果汁重量は何キログラムか。また、そこに含まれる成分 X の重量は何キログラムかを算出せよ。
- (2) この湘南ドリンクの果汁購入計画の問題を適切な変数を用いて数理計画問題に定式化せよ。
- (3) LINDO を利用して最適解を求めたい。LINDO への入力を具体的に記述せよ。注意：定式化した数理計画問題の最適解・最適値を導出する必要はない



問題 2

ある会社では、2種類の液体の化学薬品 A,B を製造し販売している。どちらの薬品も世界的に品薄状態で、作った分はすべて売り切れる状態である。現在の売値は、薬品 A が 1 キログラム当たり 4 万円、薬品 B が 1 キログラムあたり 3 万円である。また、薬品 A,B の製造に関する情報は以下のようにまとめられる。

- 薬品 A,B とともに同じ一台しかない特殊な機械で製造するが、どちらの製品も 1 キログラムの製造に 1 時間を要す。この機械は操作に特殊な技術が必要で、オペレーターの勤務時間の都合から週当たり 40 時間しか稼働できない。
- 製品 A,B は共に同じ原料 P から製造されるが、製品 A を 1 キログラム製造するには原料 P を 2 トン、製品 B を 1 キログラム製造するには原料 P を 1 トン消費する。原料 P の一週間あたりの使用可能量は 60 トンである。

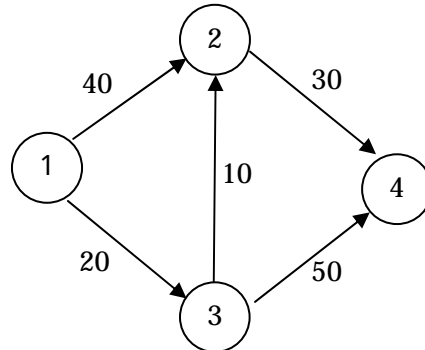
次の問いに答えよ。

- (1) この会社では化学薬品 A,B の売上総額を最大にしたい。化学薬品 A の一週間あたりの製造量を x_1 (キログラム)、化学薬品 B の一週間あたりの製造量を x_2 (キログラム) と変数を定め、線形計画問題として定式化せよ。
- (2) 小問(1)で定式化した問題を、シンプレックス法を用いて解き、化学薬品 A,B の最適な製造量とそのときの売上総額を答えよ。
- (3) 原料 P の一週間あたりの使用可能量を増やすのは難しいようなので、製造機械のオペレーターに超過勤務手当を出すことにより製造機械の稼働時間を 1 時間延長し、増産を図りたい。ただし、超過勤務手当が高額だと増産により売上高が増えた分が相殺しかねない。売上総額を増やす範囲で、超過勤務手当として支給できる限度額はいくらか。
- (4) 製造機械の稼働時間制限に変化は無く、原料 P の一週間あたりの使用可能量のみが 1 トン増えた場合、売上総額はいくら増えるか。
- (5) 小問(4)で求めた売上高の増える割合が有効な範囲を求めよ。
- (6) 製品 A,B に加え、製品 C の生産を企画している。企画書によると、製品 C を 1 キログラム生産するには、製品 A,B と同じ機械を 1.5 時間使用し、原料 P を 2 トン消費し、売値は 1 キログラムあたり 4 万 5 千円を想定している。製品 C の生産に踏み切ると売上総額が増えるか減るかを判断せよ。
- (7) 薬品 A の需要が高まり、売値を 1 キログラムあたり 5 万 5 千円に変更できそうだ。小問(2)で求めた最適な生産計画を変更する必要があるか判断せよ。変更する必要がある場合は、変更後の生産計画も提示せよ。
- (8) 小問(1)で定式化した線形計画問題の双対問題を導き、その最適解と最適値を答えよ。
- (9) 小問(8)で定式化した双対問題で用いた変数はこの問題の設定ではどのような意味を持つ変数として解釈できるか解説せよ。
- (10) 小問(1)で定式化した線形計画問題の相補性条件を記述せよ。



問題 3

以下のネットワークで各枝に付してある数値は距離を示している．点 1 から点 4 までの最短路を求めたい．次の問いに答えよ．



- (1) 点 1 から点 4 までの最短路を答えよ．
- (2) この問題を整数計画問題として定式化せよ．
- (3) 小問(2)で求めた整数計画問題での各変数の整数条件を非負制約に置き換える緩和問題の作り方をなんと呼ぶか．
- (4) 小問(2)で求めた整数計画問題での各変数の整数条件を非負制約に置き換えた線形計画問題の双対問題を記述せよ．
- (5) 小問(4)で求めた双対問題の最適解を答えよ．