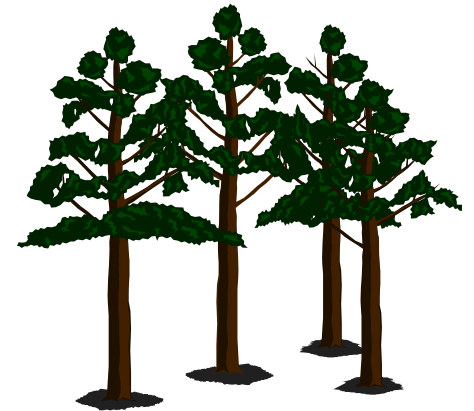




Network programming I

Minimum spanning tree problem

最適に繋げる方法



ネットワーク上に生じる様々な問題

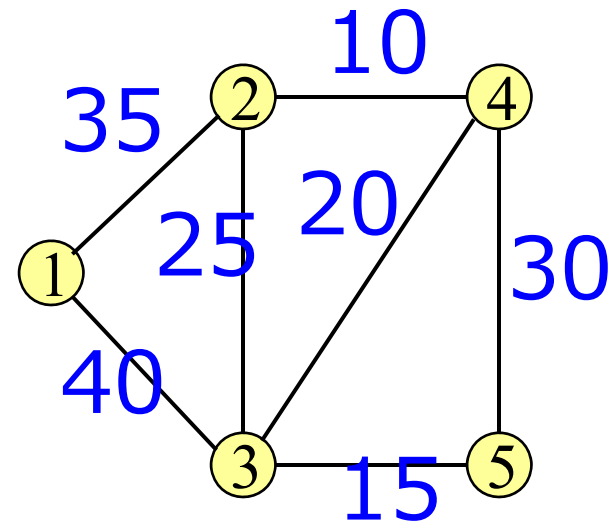
- 安価なネットワークの構築 (**最小木問題**)
- 最短ルートの探索 (**最短路問題**)
- 物の効率的な流し方 (**フロー問題**)
 - なるべく多く流す (**最大流問題**)
 - 格安に流す (**最小費用流問題**)
- どこに倉庫を配置するか (**施設配置問題**)

⇒事例は数限りない

→ **システム的アプローチ**が有効！

例題4-1 文教町のガスパ管配置

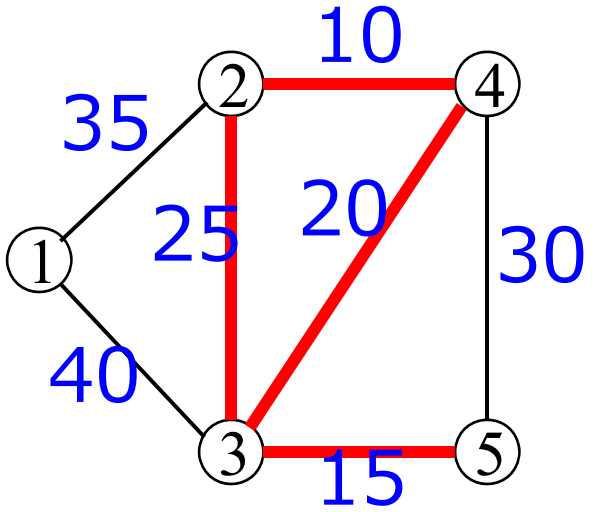
5件の家にガスパ管を引く。
どのようにガスパ管を設置
すれば費用最小??



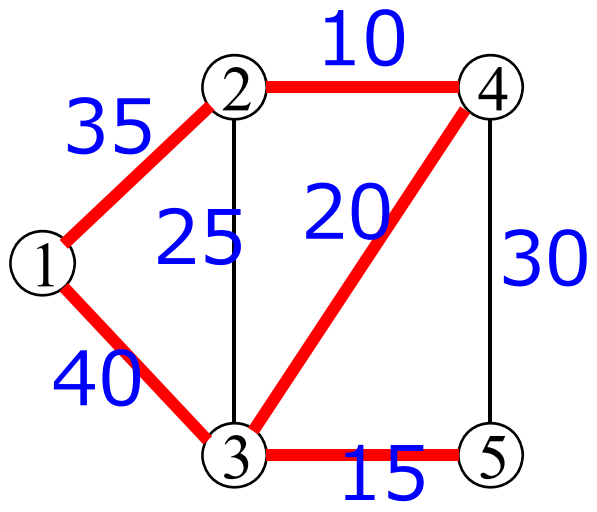
枝: 設置可能路線
数字: 設置費用

経済的でない例

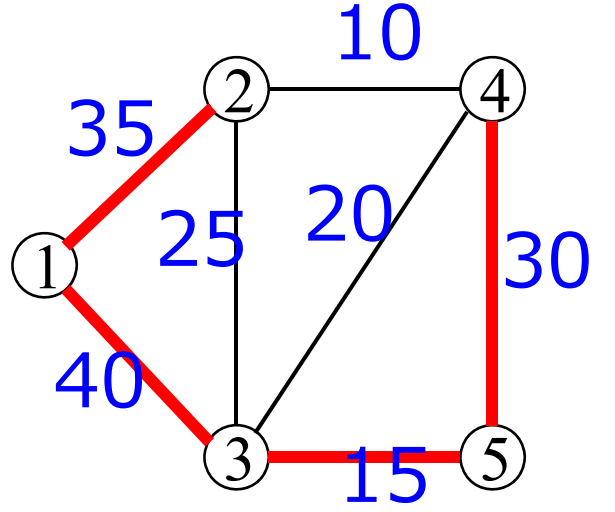
なぜ最小費用でないのか？



条件を満たしていない



自明な無駄がある



他に良いプランがある

改善策

実行不能

閉路は無駄
 × 閉路上の最大重み枝

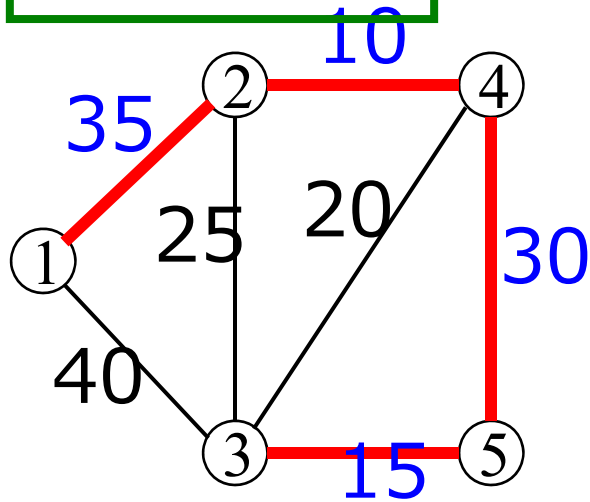
非連結部分を繋げる
 ○ 最小重み枝

答えが持つ性質

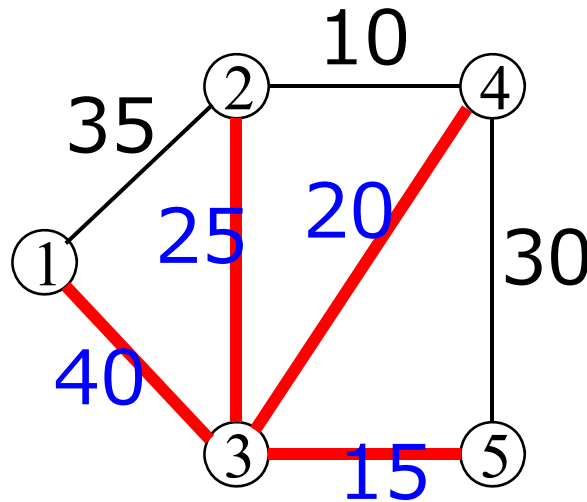
閉路は無駄 ⇒ 閉路の無いグラフ = 木
全点を結ぶ ⇒ 全張 (spanning; スパンする)

} 全張木
spanning tree

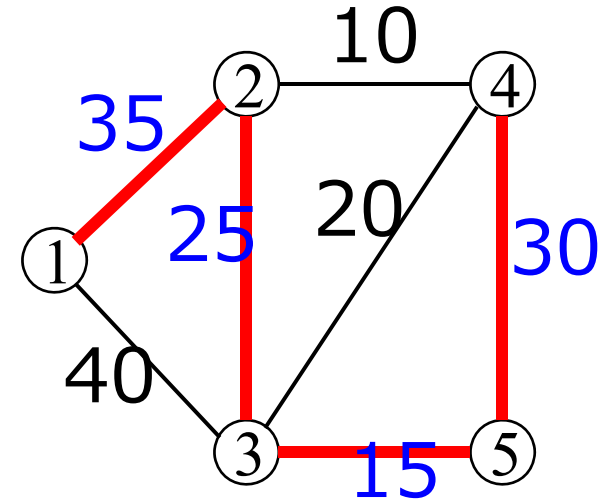
様々な全張木



$$35+10+30+15=90$$



$$40+25+20+15=100$$



$$35+25+30+15=105$$

問題の本質 重み和最小の全張木 (最小木) を見つけよ

⇔ 最小木問題

Minimum spanning tree problem

最小木の見つけ方: アイディア(1)

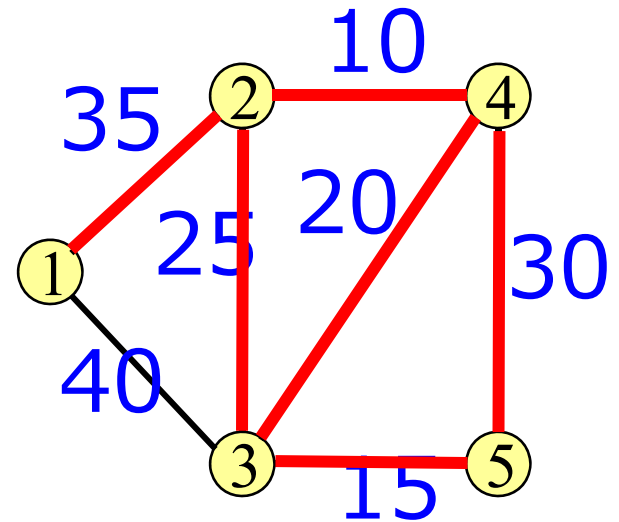
閉路⇒最大重みの枝を消去

↓ 実現方法例

重みの小さい順に枝を選択し
閉路になる時は選ばない
全点がつながったら終了

クラスカル法

(Kruskal)



最小木の見つけ方: アイディア(2)

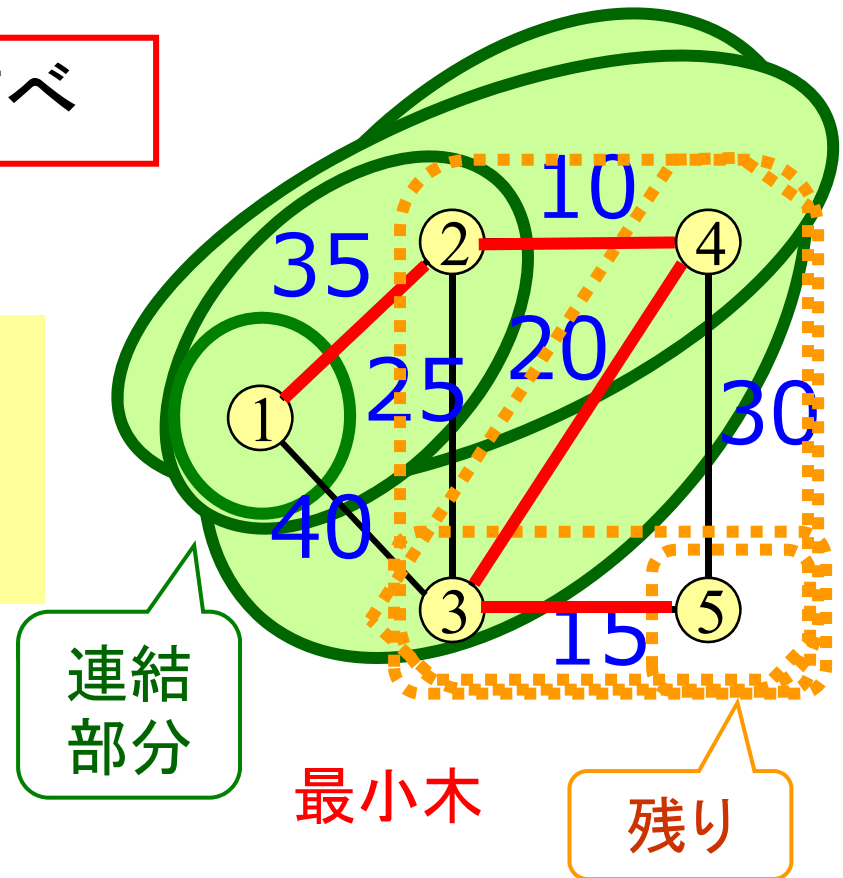
非連結⇒最小重みの枝で結べ

↓ 実現方法例

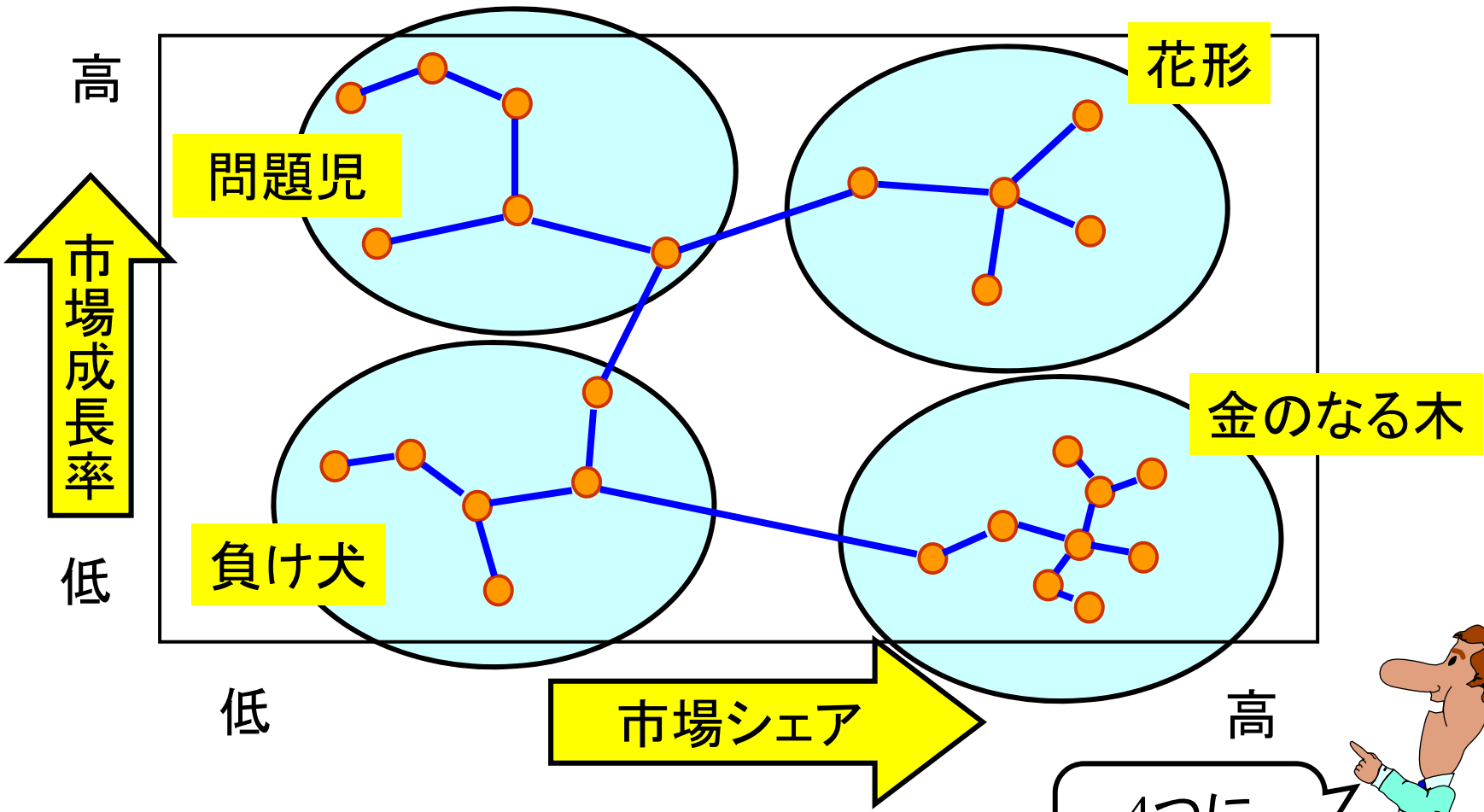
1点から連結部分を1点ずつ
最小重みの枝で増やす
全点が連結になったら終了

プリム法

(Prim)

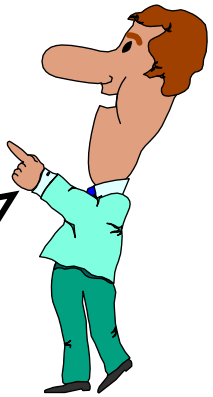


最小木問題の利用例



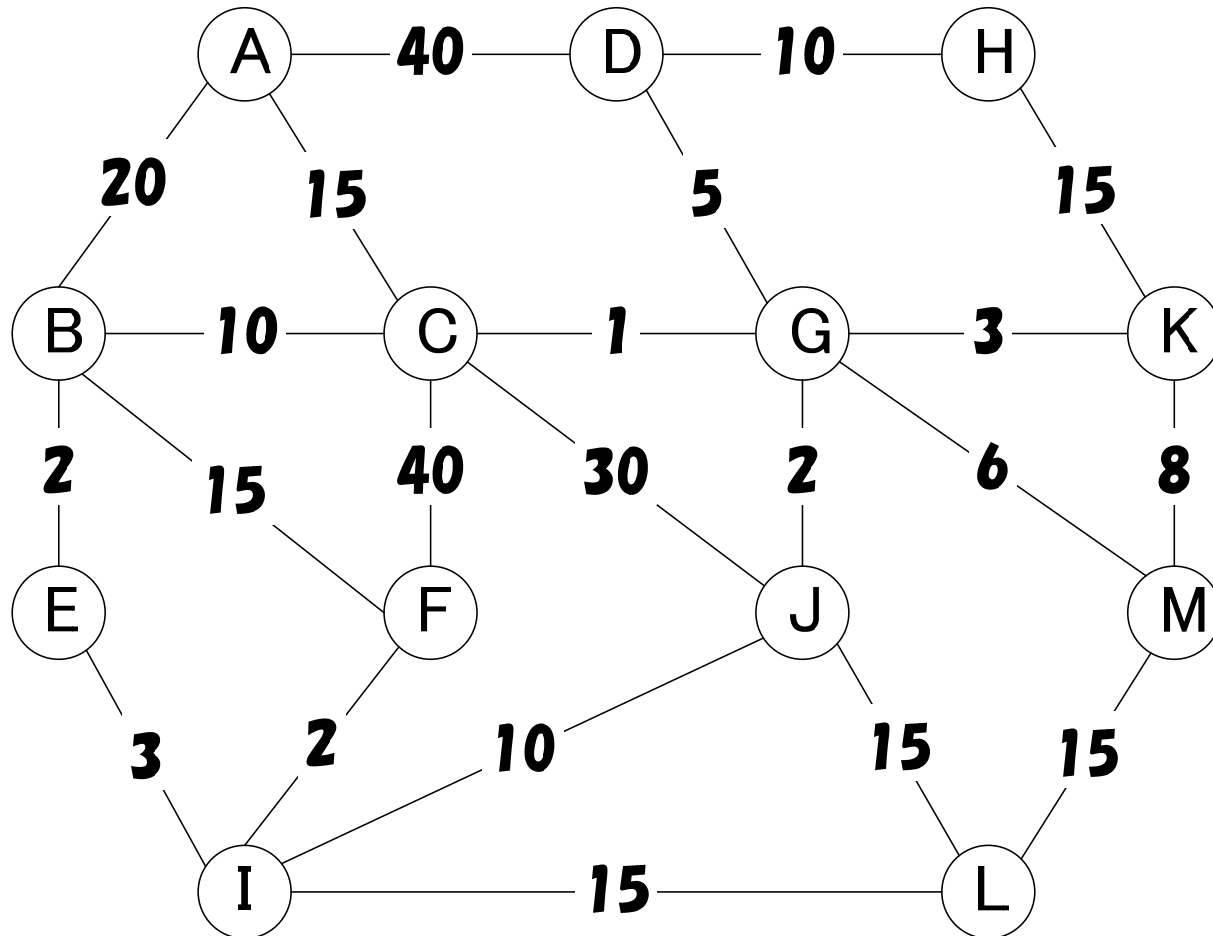
クラスター分析

4つに分類して



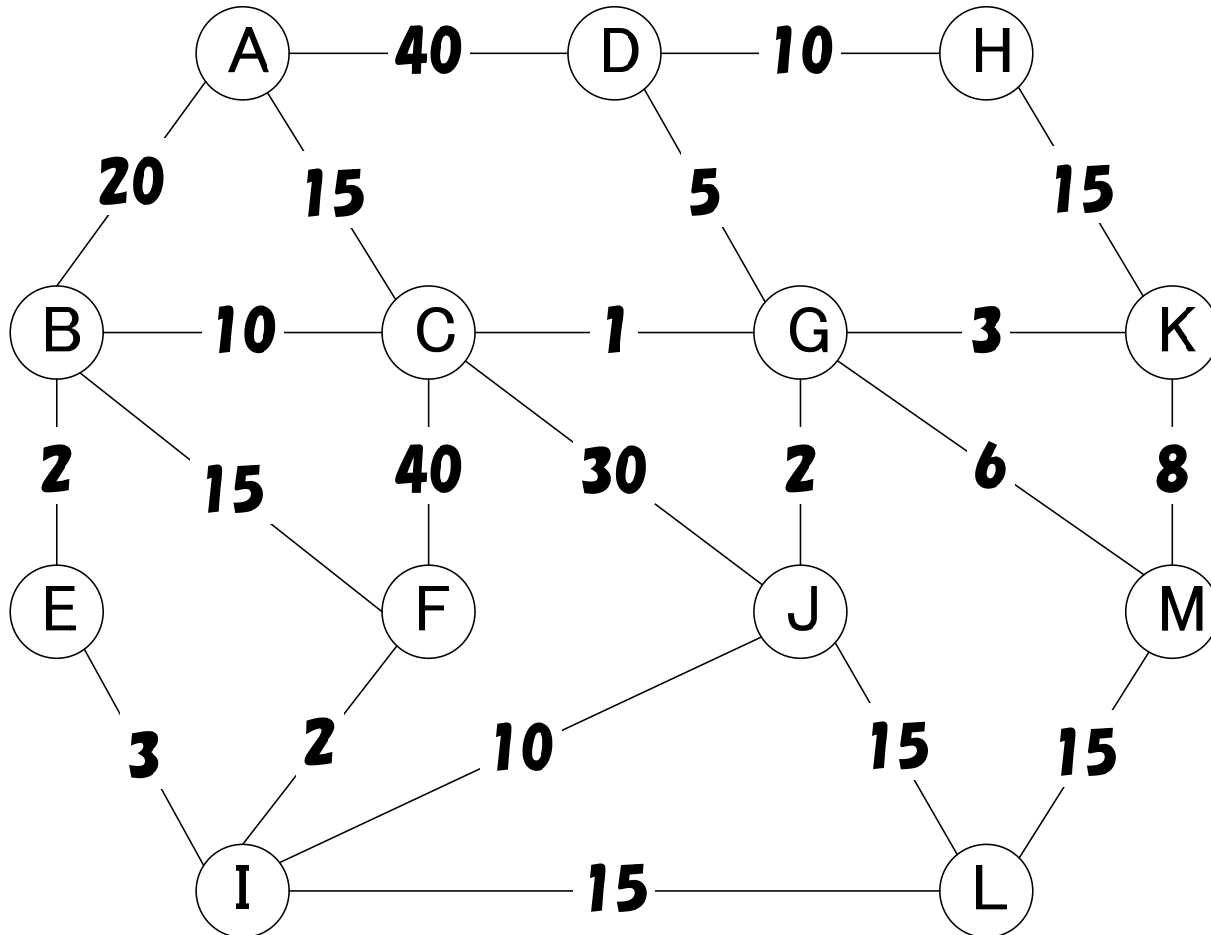
練習1

クラスカル法で**最小木**を求めよ



練習2

プリム法で**最小木**を求めよ

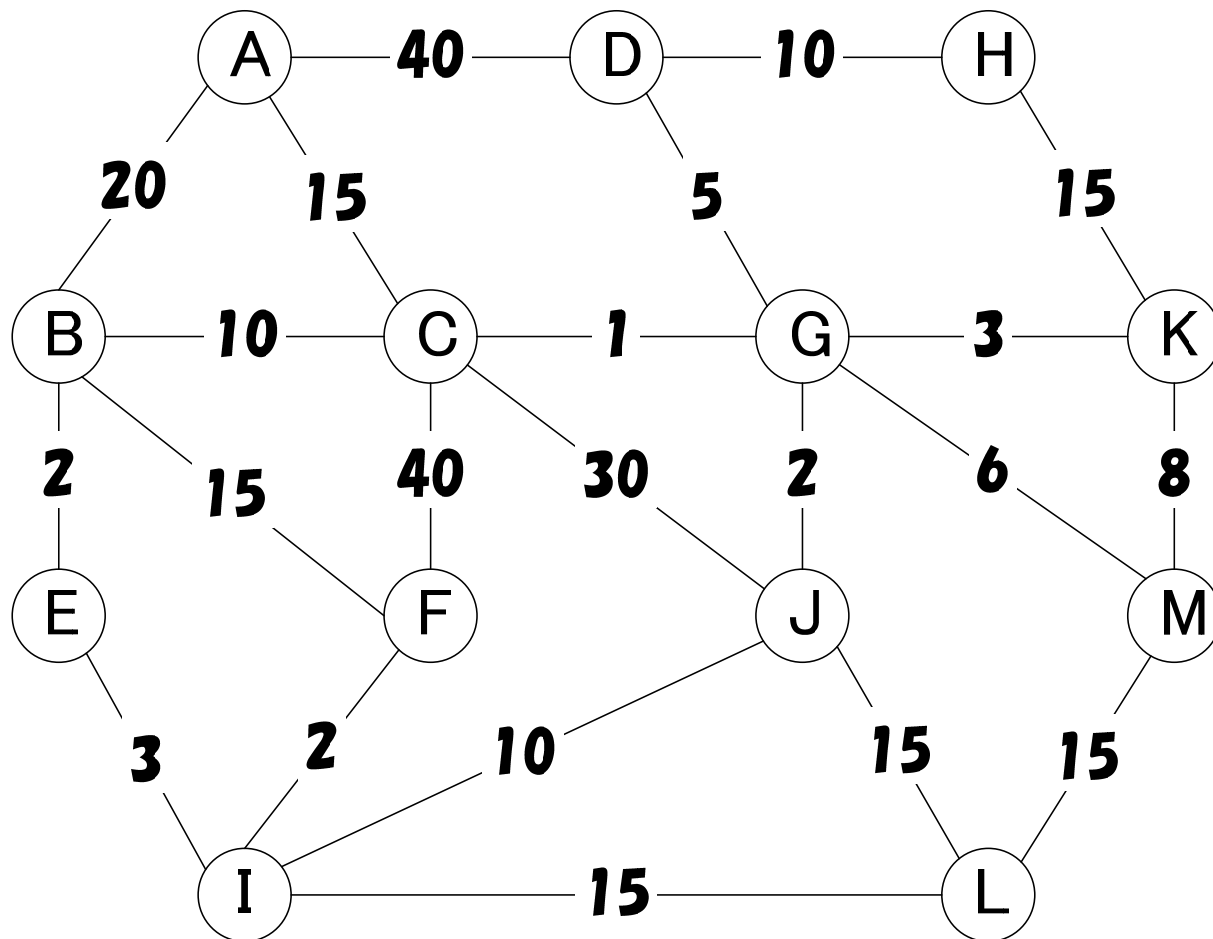


練習3

重み和が最大の全張木

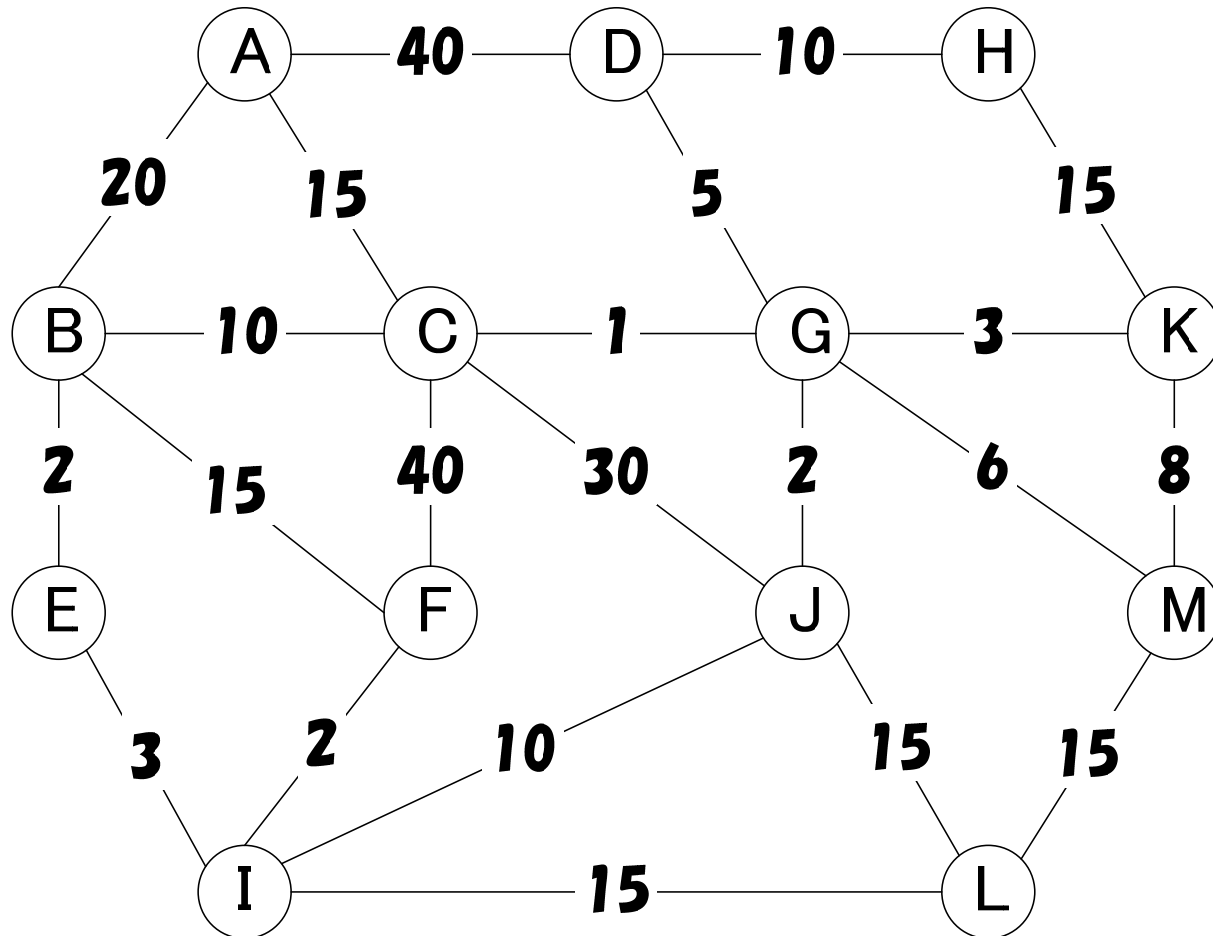


クラスカル法で最大木を求めよ



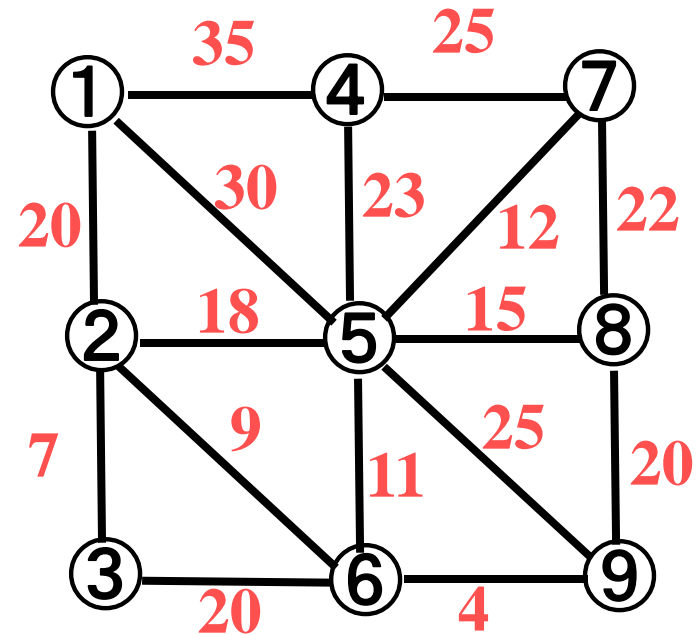
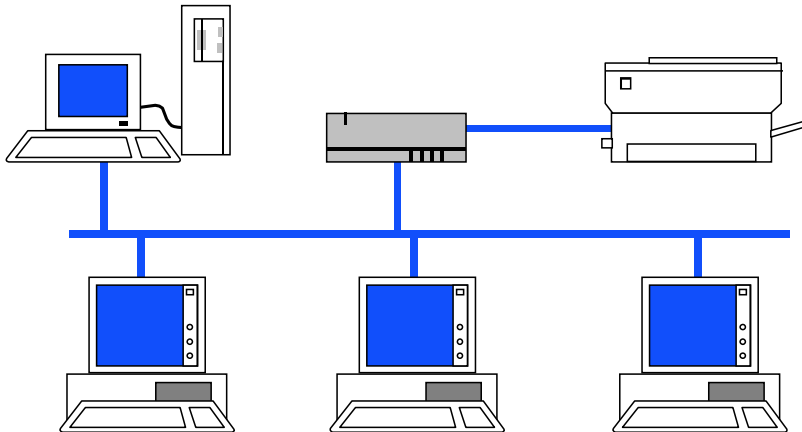
練習4

プリム法で**最大木**を求めよ



演習5-1 文教中LAN設置計画

文教中にLANを敷設する。
設置に用いるケーブル総延長を最短にしたい。
どこにケーブルを設置？



点: 部屋

枝: 設置可能路線

数字: 設置に必要なケーブル長

演習5-2 Arc additions and deletions

あるネットワーク上で最小木 T^* が得られている。

(1) ある枝 (i,j) が除去された。

(素朴な対処法) 最小木を再計算する

質問: 素朴な対処法以外の最小木再構築方法は?

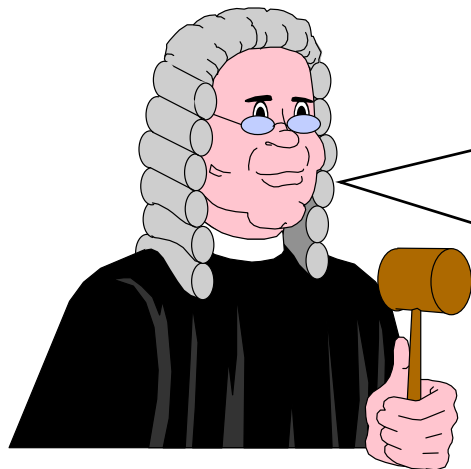
(2) 重み c_{ij} を持つ枝 (i,j) が付加された。

質問: 素朴な対処法以外の最小木の再構築方法は?

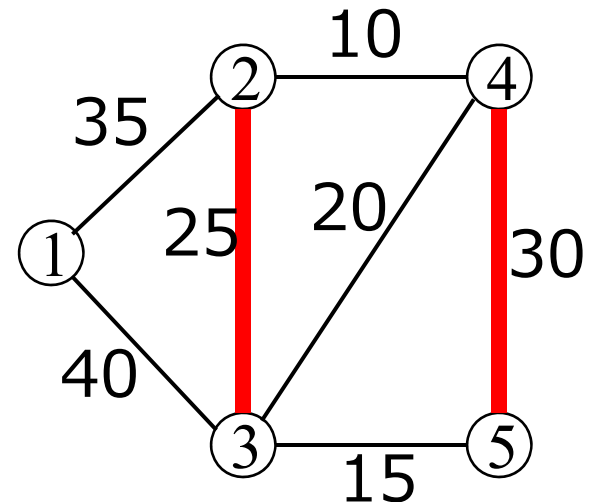
ヒント: 既知の最小木 T^* の情報を有効に活かそう

演習5-3 Spanning tree containing specific arcs

- 閉路でない何本かの枝が指定
 - 指定枝を含む最小木を求めたい
- ⇒ 適切な解法を提案せよ。



[例]
右図で太い枝を含む
最小木の求め方は？



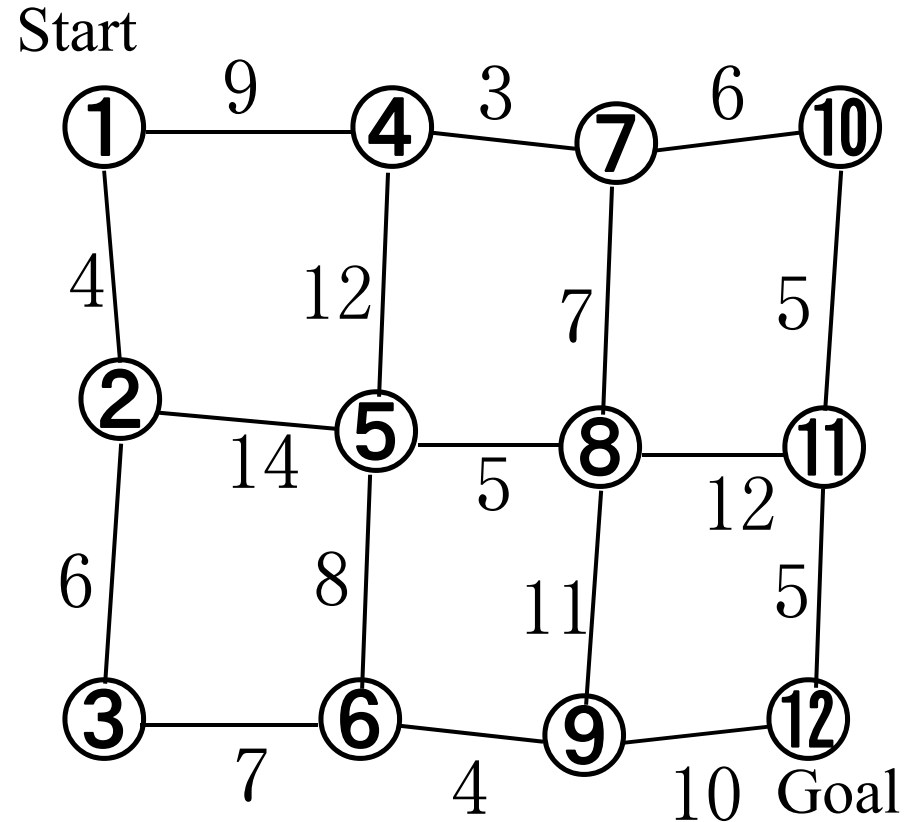
演習5-4 砂漠横断

砂漠を横断したい。

安全面からの要請
オアシス間の最大距離が最短の道を通ること。

どこを通っていく？

(Minimax path 問題)



点:オアシス, 枝:道, 数字:距離