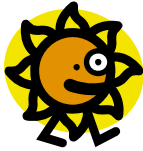


2005 年度
最適化モデル分析
期末試験問題

解答上の注意

- ✚ 解答用紙への記入はどのような順番でもかまいませんが、どの問題についての解答なのかは解答用紙に明記してください。
- ✚ 解答用紙には、解答だけではなく必要かつ十分な解の導出過程を採点者にわかりやすいように記述してください。
- ✚ 問題用紙の最後の 1 枚はメモ用の白紙です。問題用紙のホチキスははずしてもかまいません。
- ✚ 解答用紙のホチキスははずさないでください。裏面を使用してもかまいません。解答用紙が不足したら手を挙げて要求してください。





問題 1

ある会社では2台の機械（機械 A,B）を使用時間に応じて費用を支払う賃貸契約で所有し、それらにより粉製品を3種類（製品 P,Q,R）製造・販売している。今までのデータによると、これらの製造にかかる時間や収入は表 1 のとおりである。

表 1：粉製品製造にかかる機械ごとの時間と利益に関するデータ

	製品 P	製品 Q	製品 R	契約時間
機械 A	2 時間/kg	1 時間/kg	4 時間/kg	40 時間/週
機械 B	1 時間/kg	2.5 時間/kg	2 時間/kg	44 時間/週
販売収入	6 万円/kg	5 万円/kg	8 万円/kg	

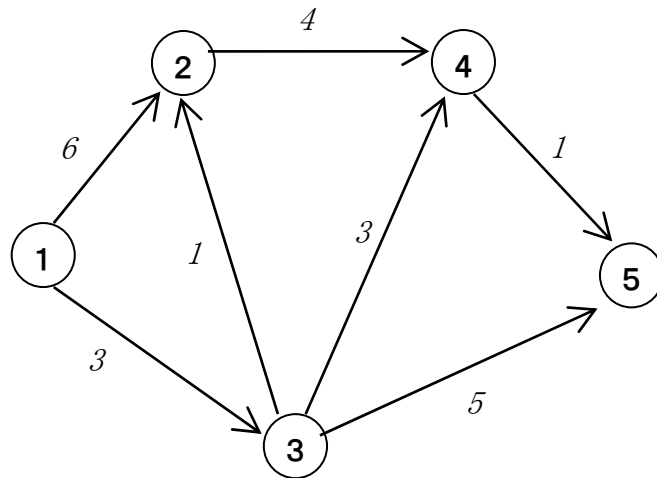
なお、契約により機械 A は週あたりの 40 時間まで、機械 B は週あたり 44 時間までしか使用できない。以下の問いに答えよ。

- (1) データを基に 1 週間あたりの総収入が最大となる生産計画を策定したい。この問題を、製品 P,Q,R の生産量を各々 x_1 (kg), x_2 (kg), x_3 (kg) とし、数理計画問題として定式化せよ。
- (2) 1 週間あたりの総収入が最大となる各製品の生産量とその時の総利益を提示せよ。
- (3) 契約内容のうち機械 B の週あたりの使用時間の制約のみを緩和することが可能との提案があった。収入増加の観点から、一時間当たりの時間延長費用がいくらまでならこの提案を受ける妥当性があるか、提案を受け入れる場合の延長費用の限界金額を示せ。
- (4) 小問(3)にて導出した 1 時間当たりの延長費用の限界金額が有効なのは、機械 B の使用時間が週あたり何時間になるまでだろうか。
- (5) 新製品として、1kg 製造するのに機械 A を 0.5 時間、機械 B を 2 時間使用する製品 V を開発した。この製品 V は 1kg あたり 3 万円の収入を生み出すと推定される。この新製品 V の製造を開始すべきかを判断せよ。
- (6) 現在の賃貸契約では機械 A と機械 B 共に 1 時間当たり 1 万円の使用料を払うことになっている。現在の賃貸契約はこの会社にとって有利なのか不利なのかを判断せよ。
- (7) 製品 P の需給バランスが大きく変動し始め利益の推定が難しい状態となっている。製品 Q と製品 R の収入は現在の状況から変化はしないと仮定し、上記(2)で求めた生産計画を変更しなくてはならない状況は、製品 P の 1kg あたりの収入がどのようになった場合かのガイドラインを提示せよ。
- (8) 小問(1)で示した数理計画問題の双対問題を示せ。その際、変数としては y_1, y_2 を使用せよ。
- (9) 小問(1)で示した主問題の実行可能解 (x_1, x_2, x_3) と上記(8)で示した双対問題の実行可能解 (y_1, y_2) が得られている。これらの実行可能解が最適解であるための相補性条件を示せ。
- (10) 小問(8)で示した双対問題で使用した変数の単位を明示し、主問題の設定に沿い双対問題を解釈せよ。
- (11) 双対問題の最適解と最適値は主問題の限界価値や最適値により導出できる。小問(2)で導出した主問題の情報を基に、小問(8)で示した双対問題の最適解と最適値を示せ。
- (12) 小問(11)で示した双対問題の最適解と最適値が正しいことを、実際に(7)で示した双対問題を適切な手法で解くことにより確認せよ。（最適解の導出過程を示すこと）



問題 2

以下のネットワークにおいて点①から点⑤への最短路を求めたい。次の問に答えよ。



- (1) 点①から点⑤への最短路とその長さを答えよ。
- (2) 点①から点⑤への最短路問題を数理計画問題として定式化せよ。



問題 3

次の問いに答えよ。

- (1) 線形計画問題と整数計画問題の英語名称とその略語を答えよ。
- (2) 整数計画問題の最適解を導く代表的な解法の名称を 2 つ挙げよ。
- (3) (線形) 整数計画問題の整数条件を緩和する緩和問題の作り方の名称を答えよ。
- (4) 数理計画問題で制約条件の一部を目的関数に適切に加え、それを制約条件から省く緩和問題の作り方の名称を答えよ。
- (5) 最短路問題を解く代表的な解法の名称を 2 つ挙げよ。