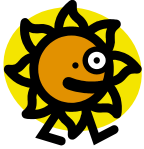


2008 年度  
最適化モデル分析  
小テスト(第 2 回目)

**解答上の注意**

- ✚ 解答用紙への記入はどのような順番でもかまいませんが、どの問題についての解答なのかは解答用紙に明記してください。
- ✚ 解答用紙には、解答だけではなく必要かつ十分な解の導出過程を採点者にわかりやすいように記述してください。
- ✚ 問題用紙の最後の 1 枚はメモ用の白紙です。問題用紙のホチキスははずしてもかまいません。
- ✚ 解答用紙のホチキスははずさないでください。裏面を使用してもかまいません。解答用紙が不足したら手を挙げて要求してください。





### 問題 1

次の線形計画問題(P)に関して以下の問いに答えよ。なお、非負制約を除く 3 本の制約条件を上から制約式①, 制約式②, 制約式③と呼ぶ。

$$\begin{aligned} \text{(P)} \quad & \max. \quad z = 6x_1 + 3x_2 + 4x_3 \\ & \text{s.t.} \quad x_1 + 2x_2 \leq 6 \quad \dots \text{①} \\ & \quad \quad x_1 + \quad + x_3 \leq 10 \quad \dots \text{②} \\ & \quad \quad x_2 + 4x_3 \leq 8 \quad \dots \text{③} \\ & \quad \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

- (1) 上記の線形計画問題(P)の最適値の上限を制約式から導きたい。例えば、制約式①の両辺を 3 倍し、制約式②の両辺を 3 倍し、制約式①, ②, ③の各辺の和をとると、

$$\begin{aligned} 56(=6 \times 3 + 10 \times 3 + 8) & \geq 3(x_1 + 2x_2) + 3(x_1 + x_3) + (x_2 + 4x_3) \\ & = 6x_1 + 7x_2 + 7x_3 \\ & \geq 6x_1 + 3x_2 + 4x_3 \end{aligned}$$

が得られる。この不等式の左辺は目的関数より大きいので、目的関数値の上限として、この場合 56 が得られる。さて、制約式①の両辺を 4 倍し、制約式②の両辺を 2 倍し、制約式①, ②, ③の各辺の和をとった場合、目的関数値の上限としてどのような値が得られるか。

- (2) 目的関数値のより小さな値の上限を求める問題を最適化問題(D)とする。最適化問題(D)を適当な変数を用いて定式化せよ。
- (3) 小問(2)にて示した線形計画問題(D)のラグランジュ緩和問題を示せ。
- (4) 小問(3)で示したラグランジュ緩和問題を用いて、問題(D)の双対問題が問題(P)になることを示せ。
- (5) 問題(P) (問題(D))の相補性条件を示せ。
- (6) 上記の線形計画問題(P)の最適解と最適値を導け。
- (7) 最適化問題(D)の最適解と最適値を導け。
- (8) 線形計画問題(P)において制約式③の右辺の値[8]が 1 増えたとき (9 になったとき)、最適値はどのように変化するか説明せよ。
- (9) 小問(8)で説明した変化が観察されるのは、右辺の値がどの範囲で変化した場合か。範囲を答えよ。
- (10) 線形計画問題(P)において、小問(6)にて導出した最適解を変えずに目的関数の  $x_3$  の係数[4]が変化可能な範囲を示せ。



## 問題 2

ある製麺工場では 2 種類の麺 (P,Q) を粉 A と液体 B から製造している。粉 A の 1 日の使用可能量は 45kg, 液体 B の 1 日の使用可能量は 40kl である。

麺 P を 1kg 製造するには粉 A を 3kg, 液体 B を 1kl 使用し, 1kg あたり 6000 円で売れる。  
麺 Q を 1kg 製造するには粉 A を 1kg, 液体 B を 2kl 使用し, 1kg あたり 5000 円で売れる。

以下の問いに答えよ。

- (1) 1 日の売上を最大にする麺 P,Q の生産計画を得る問題を定式化せよ。
- (2) 小問(1)にて定式化した問題の実行可能領域, 最適解, 最適解を通る目的関数を図示せよ。
- (3) 粉 A の限界価値は 1,400 円であった。この限界価値は小問(2)で示した図上ではどのように説明することができるか。図上で対応する場所を示し, その理由を簡潔に述べよ。(小問(2)で示した図の上に重ね書きをするとわかりにくいので, 新たに図を書きなおいせよ。)
- (4) 粉 A の 1 日の使用可能量は 45kg だが, その増加限界はさらに +50kg である。この増加限界を小問(2)で示した図上にて対応する場所を示し適切に説明せよ。(小問(2)で示した図の上に重ね書きをするとわかりにくいので, 新たに図を書きなおいせよ。)
- (5) 麺 P の 1kg あたりの売上 (6000 円) である。この麺 P の 1kg あたりの売上についての感度分析を行ったところ, 売上が 1kg あたり 2000 円から 12000 円の間で変化しても最適解は変わらないことがわかった。この感度分析の結果を小問(2)で示した図上にて対応する場所を示し適切に説明せよ。(小問(2)で示した図の上に重ね書きをするとわかりにくいので, 新たに図を書きなおして示せ。)

(計算用紙) 以下余白