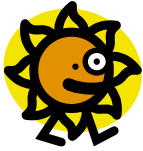


2009 年度  
最適化モデル分析  
小テスト(第 2 回目)

**解答上の注意**

- ✚ 解答用紙への記入はどのような順番でもかまいませんが、どの問題についての解答なのかは解答用紙に明記してください。
- ✚ 解答用紙には、解答だけではなく必要かつ十分な解の導出過程を採点者にわかりやすいように記述してください。
- ✚ 問題用紙の最後の 1 枚はメモ用の白紙です。問題用紙のホチキスははずしてもかまいません。
- ✚ 解答用紙のホチキスははずさないでください。裏面を使用してもかまいません。解答用紙が不足したら手を挙げて要求してください。





### 問題 1

ある会社では2台の機械（機械 A,B）を使用時間に応じて費用を支払う賃貸契約で所有し、それらにより粉製品を3種類（製品 P,Q,R）製造・販売している。今までのデータによると、これらの製造にかかる時間や収入は表 1 のとおりである。

表 1：粉製品製造にかかる機械ごとの時間と利益に関するデータ

	製品 P	製品 Q	製品 R	契約時間
機械 A	4 時間/kg	2 時間/kg	8 時間/kg	160 時間/月
機械 B	2 時間/kg	4 時間/kg	4 時間/kg	176 時間/月
販売収入	6 万円/kg	5 万円/kg	8 万円/kg	

なお、契約により機械 A は月当たり 160 時間まで、機械 B は月当たり 176 時間までしか使用できない。以下の問いに答えよ。

- (1) データを基に月間総収入が最大となる生産計画を策定したい。この問題を、製品 P,Q,R の月間生産量を各々  $x_1$ (kg),  $x_2$ (kg),  $x_3$ (kg) とし、線形計画問題として定式化せよ。
- (2) 上記(1)で記述した線形計画問題をシンプレックス法で解いた時、シンプレックス表は次の通りに変化した。【途中省略】した途中の部分を埋め、シンプレックス表の変化を記述せよ。その際に、ピボットとした部分を○などで囲み明示すること。

基底変数	z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	定数項	増加限界
$s_1$	0	4	2	8	1	0	160	20
$s_2$	0	2	4	4	0	1	176	44
z	1	-6	-5	-8	0	0	0	

(最初の表)

↓

【途中省略】

↓

基底変数	z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	定数項	増加限界
$x_3$	0	1/2	0	1	1/6	-1/12	12	24
$x_2$	0	0	1	0	-1/6	1/3	32	$\infty$
z	1	-2	0	0	1/2	1	256	

↓

(最後の表)

基底変数	z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	定数項	増加限界
$x_1$	0	1	0	2	1/3	-1/6	24	
$x_2$	0	0	1	0	-1/6	1/3	32	
z	1	0	0	4	7/6	2/3	304	

- (3) 月間総収入が最大となる各製品の生産量とその時の総収入額を提示せよ。
- (4) 小問(3)にて示した生産量を生産した場合、機械 A と機械 B の月間稼働時間は各何時間か。

- (5) 契約内容のうち機械 B の月間使用時間の制約のみを緩和することが可能との提案があった。収入増加の観点から、時間延長に伴う追加費用が1時間あたりいくらまでならこの提案を受ける妥当性があるか、受け入れる場合の追加費用の限界金額を示せ。
- (6) 小問(5)にて導出した1時間当たりの追加費用の限界金額が有効なのは、機械 B の使用時間が月に何時間になるまでだろうか。
- (7) 新製品として、1kg 製造するのに機械 A を2時間、機械 B を1時間使用する製品 V を開発した。この製品 V は1kg あたり2万8千円の収入を生み出すと推定される。この新製品 V の製造を開始すべきかを判断せよ。
- (8) 現在の賃貸契約では機械 A と機械 B 共に1時間あたり7000円の使用料を払うことになっている。現在の賃貸契約はこの会社にとってどのように解釈できるか。限界値を用いて解釈せよ。
- (9) 製品 P の需給バランスが大きく変動し始め利益の推定が難しい状態となっている。製品 Q と製品 R の収入は現在の状況から変化はしないと仮定し、小問(3)で求めた生産計画を変更しなくてはならない状況は、製品 P の1kg あたりの収入がどのようになった場合かのガイドラインを提示せよ。
- (10) 小問(1)で示した線形計画問題のラグランジュ緩和問題を記述せよ。
- (11) 小問(1)で示した線形計画問題の双対問題を示せ。その際、変数としては  $y_1, y_2$  を使用せよ。
- (12) 小問(1)で示した主問題の実行可能解  $(x_1, x_2, x_3)$  と小問(11)で示した双対問題の実行可能解  $(y_1, y_2)$  が得られている。これらの実行可能解が最適解であるための相補性条件を示せ。
- (13) 小問(11)で示した双対問題で使用した変数の単位を明示し、主問題の設定に沿った双対問題を解釈せよ。
- (14) 双対問題の最適解と最適値は主問題の限界値や最適値により導出できる。小問(2)で導出した主問題の情報を基に、小問(11)で示した双対問題の最適解と最適値を示せ。
- (15) 小問(14)で示した双対問題の最適解と最適値が正しいことを、実際に小問(11)で示した双対問題を適切な手法で解くことにより確認せよ。(最適解の導出過程を示すこと)

(計算用紙) 以下余白