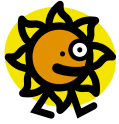


2014 年度  
最適化モデル分析  
小テスト(第 2 回目)

**解答上の注意**

- ✚ どのような順番で解答してもかまいませんが、どの問題の解答なのかが採点者にわかるよう明示すること。
- ✚ 解答用紙に解答だけではなく必要かつ十分な解の導出過程を採点者にわかりやすいように記述してください。
- ✚ 問題用紙の最後の 1 枚はメモ用の白紙です。問題用紙のホチキスははずしてもかまいません。
- ✚ 解答用紙のホチキスははずさないでください。裏面を使用してもかまいません。解答用紙が不足したら手を挙げて要求してください。





### 問題 1

ある会社では、2種類の(粉)製品 P, Q を製造し販売している。どちらの製品も人気で、作った分はすべて売れる。以下の情報を基に、次の問いに答えよ。

- 製品 P, Q とも外部からリースした機械 A, B の両方を用いて製造する。
    - 機械 A は週当たり 45 時間まで、機械 B は週当たり 40 時間まで稼働可能である。
  - 製品 P の製造には、1t あたり機械 A を 3 時間、機械 B を 1 時間の使用を要する。製品 Q の製造には、1t あたり機械 A を 1 時間、機械 B を 2 時間の使用を要する。
  - 現在の売値は、製品 P が 1t あたり 600 万円、製品 Q が 1t あたり 500 万円である。
- (1) この会社の売上総額を最大にしたい。製品 P の週あたりの製造量を  $x_1(t)$ 、製品 Q の週あたりの製造量を  $x_2(t)$  と変数を定め、線形計画問題として定式化せよ。
- (2) 表 1 は小問(1)の問題をある人がシンプレクス法で解いた最終段階のメモである。このメモが導出されるシンプレクス法の過程をすべて記述せよ。

表 1：ある人のシンプレクス表のメモ

	$z$	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	定数項	増加限界
$x_1$	0	1	0	2/5	-1/5	10	2/5 -1/5 0
$x_2$	0	0	1	-1/5	3/5	15	-1/5 3/5 0
$z$	1	0	0	140	180	13500	140 180 1

- (3) 表 1 を参考にし、製品 P, Q の最適な製造量とそのときの売上総額を答えよ。
- (4) 機械 A の稼働時間が週 45 時間までのままで、機械 B の稼働可能時間のみが週 40 時間から 1 時間増えた場合、売上総額はいくら増えるか。
- (5) 小問(4)で求めた売上高の増える割合が有効な使用可能時間増減の範囲を示せ。
- (6) 機械 B のリース契約(週 40 時間までとの制限)を変更するのは難しいようだが、機械 A に関しては追加料金を払うことで稼働時間を延長できそうである。機械 A の稼働時間を 1 時間延長し増産を図りたいが、売上総額を増やす範囲で追加料金として払える時間当たりの限度額はいくらか。
- (7) 製品 P, Q に加え、製品 R の生産を企画している。製品 R の生産には、1t あたり機械 A を 3 時間、機械 B を 2 時間の使用を要する。製品 R の売値は 1t あたり 800 万円を想定している。製品 R 生産による売上総額の増減を判断せよ。
- (8) 製品 Q の需要が高まり、売値を 1t あたり 900 万円に変更できそうだ。小問(3)で求めた最適な生産計画を変更する必要があるか判断せよ。変更する必要がある場合は、変更後の生産計画も提示せよ。
- (9) 小問(1)で定式化した線形計画問題の双対問題を記述せよ。
- (10) 双対問題の最適解と最適値を答えよ。
- (11) 小問(9)で定式化した双対問題で用いた変数の単位を示せ。
- (12) この設定の下での双対問題の適切な解釈を記述せよ。
- (13) 小問(1)で定式化した線形計画問題の相補性条件を記述せよ。



## 問題 2

次の問いに答えよ.

【A】

(1) 次の線形計画問題を 2 段階シンプレクス法で解け. ※導出過程も示すこと.

$$\begin{aligned} \min. \quad & 3x_1 + x_2 + 2x_3 \\ \text{s.t.} \quad & 2x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 12 \\ & 2x_1 + x_2 - 3x_3 \geq 16 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

(2) 小問(1)の線形計画問題の双対問題を記述せよ.

(3) 小問(2)で記述した双対問題の最適解と最適値を示せ.

【B】

(4) 次の線形計画問題のラグランジュ緩和問題を記述せよ.

$$\begin{aligned} \min. \quad & 70x_1 + 180x_2 \\ \text{s.t.} \quad & 2x_1 + 3x_2 \geq 6 \\ & x_1 + 4x_2 \geq 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

(5) 小問(4)の線形計画問題の双対問題を記述せよ.

(6) 小問(4)の線形計画問題の最適値と小問(5)の双対問題の最適値との関係を説明せよ.

【C】

(7) 次の整数計画問題の線形計画緩和 (LP 緩和) 問題を記述せよ.

$$\begin{aligned} \min. \quad & 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 \\ \text{s.t.} \quad & 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 50 \\ & x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}_+ \end{aligned}$$

(計算用紙) 以下余白