

2016 年度
最適化モデル分析
小テスト(第 2 回目)

解答上の注意

- ✚ 解答用紙への指定の箇所に解答してください。
- ✚ 問題 1 については、解答用紙に解答だけではなく必要かつ十分な解の導出過程を採点者にわかりやすいように記述してください。
- ✚ 問題用紙の最後の 1 枚はメモ用の白紙です。問題用紙のホチキスははずしてもかまいません。
- ✚ 解答用紙のホチキスははずさないでください。裏面を使用してもかまいません。解答用紙が不足したら手を挙げて要求してください。





問題1

文教農場は100ha(ヘクタール)の耕地を有し、そこに小豆(あずき)と大豆(だいず)を栽培し出荷している。

- 小豆は1haあたり2t収穫され、1tあたり60万円の売上が見込まれる。
- 大豆は1haあたり3t収穫され、1tあたり30万円の売上が見込まれる。

小豆と大豆の種まきは、組合からレンタルする専用機で行う。レンタル料は120時間までが1時間あたり10万円で、120時間を超すレンタルは現状では不可能である。

- 小豆の種まきは1haあたり2時間を要する。
- 大豆の種まきは1haあたり1時間を要する。

文教農場では、利益(=[大豆および小豆の収穫で得た売上]-[専用機レンタル料])を最大にするように小豆と大豆を栽培したい。

そこで、コンサルタントに依頼し、小豆と大豆の栽培計画の立案を依頼してみた。すると、コンサルタントからは『小豆の耕作面積を x_1 (ha)、大豆の耕作面積を x_2 (ha)とおき定式化してみた(★)。それは線形計画問題だったのでシンプレクス法で解いた計算メモ(図1)を送る。あとは自分で判断して欲しい』との回答だった。相談料は無料だったそうだ。以下の問いに答えよ。

[初期のシンプレクス表]

基底変数	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	定数項
s_1	0	1	1	1	0	100
s_2	0	2	1	0	1	120
Z	1	-100	-80	0	0	0

1	0	0
0	1	0
0	0	1

↓

基底変数	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	定数項
s_1	0	0	1/2	1	-1/2	40
x_1	0	1	1/2	0	1/2	60
Z	1	0	-30	0	50	6000

1	-1/2	0
0	1/2	0
0	50	1

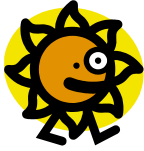
↓

基底変数	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	定数項
x_2	0	0	1	2	-1	80
x_1	0	1	0	-1	1	20
Z	1	0	0	60	20	8400

2	-1	0
-1	1	0
60	20	1

図1：コンサルタントから届いたシンプレクス法の計算メモ

- (1) 小豆の耕作面積を x_1 (ha) とした場合,
 - (1-a) 小豆の売上
 - (1-b) 小豆の種まきに費やした専用機のレンタル料
 - (1-c) 利益 (=小豆の売上-小豆の種まきに費やした専用機のレンタル料)はそれぞれいくらになるか、それぞれ x_1 を用いて表現せよ。
- (2) 小豆の耕作面積を x_1 (ha), 大豆の耕作面積を x_2 (ha) とした時の、文教農場の利益を z とした場合、 z を x_1 と x_2 を用いて表現せよ。
- (3) (★)の段階で行われたこの問題の定式化を記述せよ。
- (4) 図1を参照し、各反復の中でどこをピボットにし、どのように掃出し操作を行ったのかが(採点者に)分かるようにシンプレクス法の過程を記述せよ。
- (5) 利益が最大になる耕作プランを提示せよ。またその時の利益額も示せ。
- (6) 隣接する十分広い農地が売りに出た。利益が増えるなら買いたい。1haあたりいくらまでなら買うべきか。判断の基準となる金額を示せ。
- (7) 隣地1haあたりの売値が上記小問(6)で示した基準より低いので購入に踏み切りたい。小問(6)で示した基準が有効なのは何haまでの購入か。
- (8) 新種のソラマメ(1haあたり5t収穫、1tあたり19万円の売上見込み、専用機は1haあたり2時間使用)があるらしい。ソラマメの耕作に着手すべきかを判断せよ。
- (9) 他の農家の都合で、専用機のレンタル時間が15時間減らされ、105時間しか使用できなくなりそうだ。105時間までに専用機のレンタル時間が制限された場合、利益はいくら減少するか。利益の減少額を示せ。
- (10) 小豆の先物相場が高騰し、1トン当たり80万円(現状より1トン当たり20万円増)で取引できそうだ。小問(5)で示した耕作プランの変更が必要かを判断せよ。
- (11) 小問(3)で記述した線形計画問題のラグランジュ緩和問題を適切な変数を用いて記述せよ。
- (12) 小問(3)で記述した線形計画問題の双対問題を適切な変数を用いて記述せよ。
- (13) 小問(12)で記述した双対問題の最適解と最適値を求めよ。
- (14) 小問(12)で記述した双対問題に用いた変数の単位を示せ。



問題 2

次の問いに答えよ。

- (1) シンプレクス法の過程でピボットを選び掃き出し操作を行っても目的関数値が変わらない現象の呼称を記述せよ。
- (2) 2段階シンプレクス法の1段階目で計算の都合上導入する変数の呼称を記述せよ。
- (3) 「Sensitivity Analysis」に対応する日本語表記, 「主問題」, 「双対問題」に対応する英語表記を各々記述せよ。
- (4) 次の(ア)~(ウ)の記述の中で正しいものすべてを記号で答えよ。正しい記述がない場合は、「ない」と記せ。
 - (ア) ベルマン=フォード法は負の長さの枝がある最短路問題に適用できる。
 - (イ) 主問題である線形計画問題が最適解を持つ場合は, その双対問題も必ず最適解を持つ。
 - (ウ) 主問題である線形計画問題が実行不能の場合, その双対問題が最適解をもつ場合がある。
- (5) 次の整数計画問題の線形計画緩和 (LP 緩和) 問題を記述せよ。

$$\begin{array}{ll} \min. & 5x_1+3x_2+2x_3 \\ \text{s.t.} & 2x_1+4x_2+3x_3=50 \\ & x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}_+ \end{array}$$

(計算用紙) 以下余白