



# 最小費用日程計画

低コストでプロジェクトを短縮しよう

CPM

# 最小費用日程計画とは



23日かかる?  
急いでるんだよ。  
17日位でやってくれよ。  
多少金がかかっても  
いいからさー。

気軽に言うなよ。  
コストには厳しいくせ...



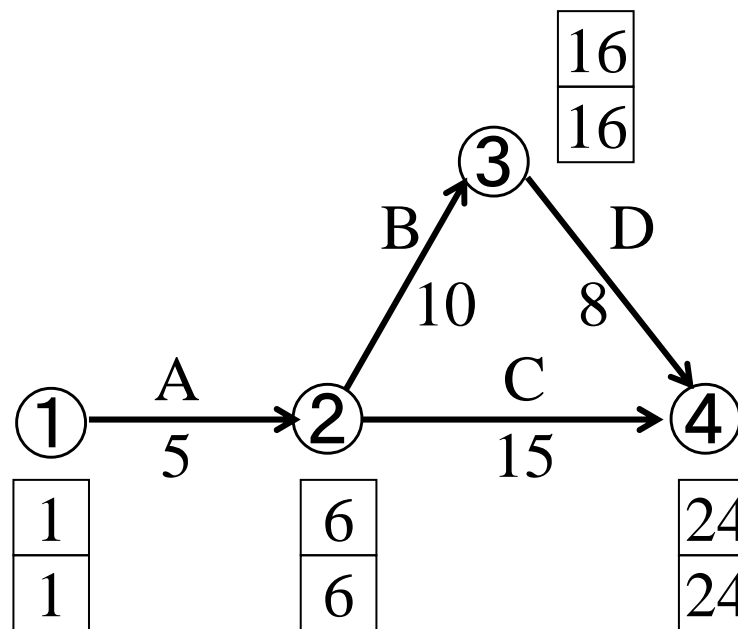
ある一定期間でプロジェクトを完成するために、  
最も費用のかからない短縮プランを求める

# 例題5-1

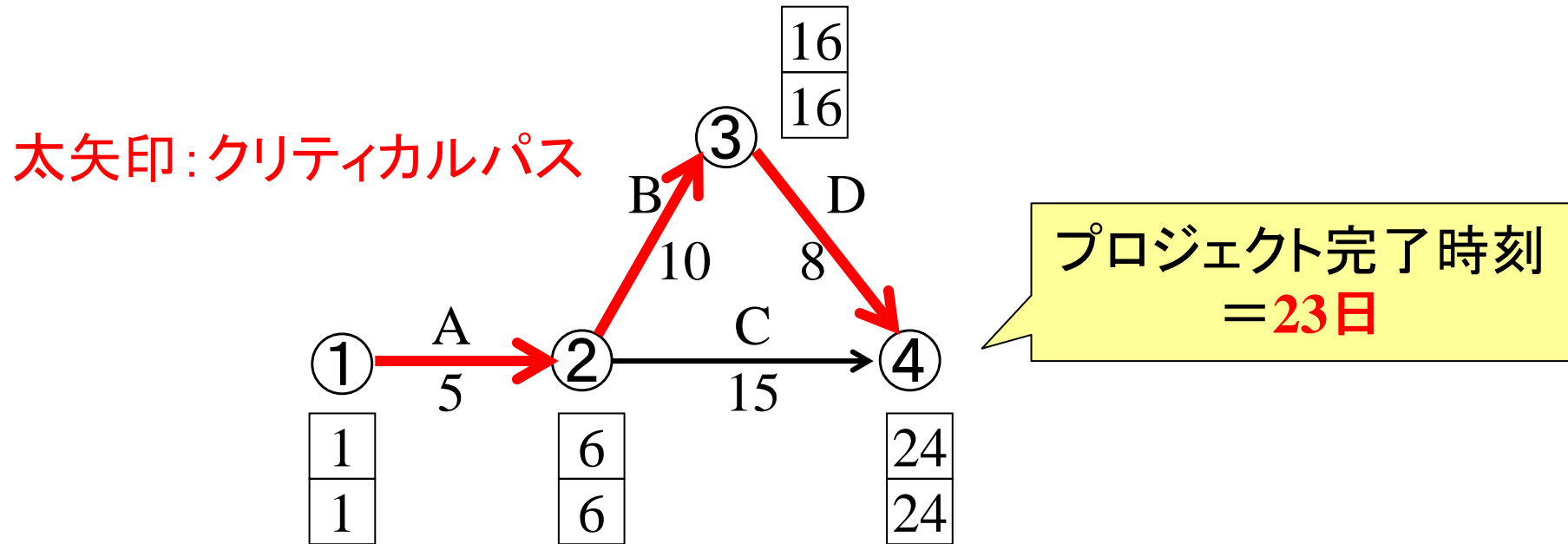
右のプロジェクトで、  
プロジェクト完了時刻の  
経済的な短縮案を示せ。

作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	5	3	1(百万円)
B	A	10	7	5(百万円)
C	A	15	10	3(百万円)
D	B	8	4	2(百万円)

短縮費用=0(百万円)の時  
プロジェクト完了時刻=23

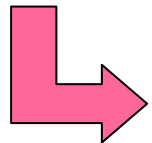


# 例題5-1(続) 基本的な性質



Q1. 作業Aを1日短縮⇒プロジェクト完了時刻は何日になる？

Q2. 作業Cを1日短縮⇒プロジェクト完了時刻は何日になる？

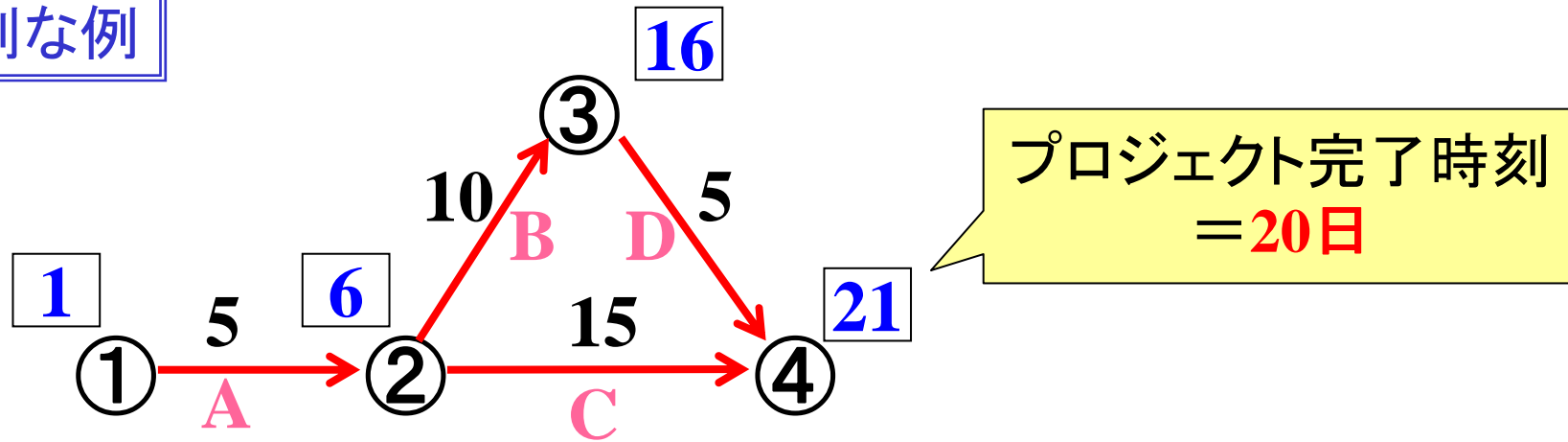


性質① プロジェクト完了時刻の短縮には  
クリティカルな作業の短縮のみが有効

⇒どのクリティカルな作業の短縮も有効？

# 短縮に有効な作業(群)

別な例



Q. 作業Bのみを1日短縮⇒プロジェクト完了時刻は何日短縮？

性質② 他のクリティカルな作業と並行していると  
単独で日程を短縮しても有効ではない

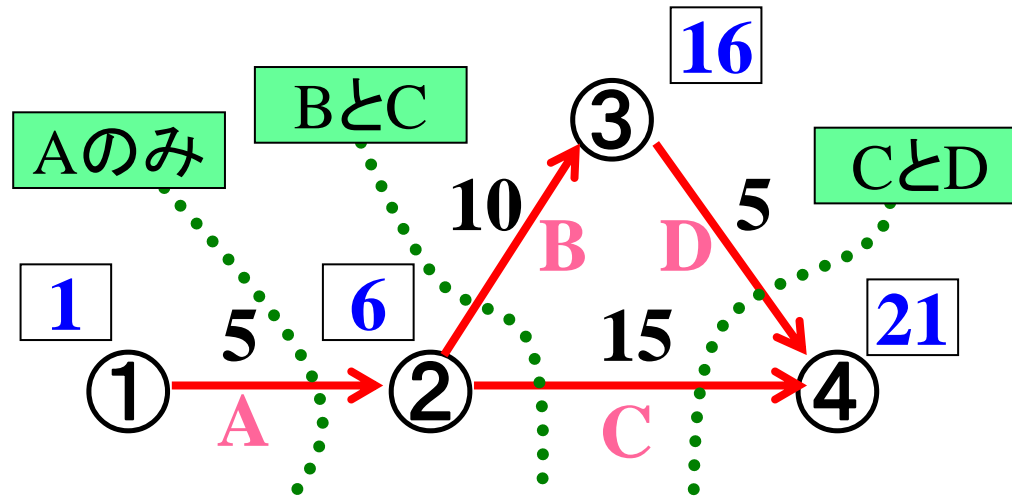
プロジェクト完了時刻の短縮に有効な作業群がある

短縮有効作業群

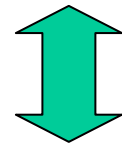
# 短縮有効作業群の見つけ方のヒント

Q. 短縮有効作業群をすべて書き出してみよう

その特徴は？



性質③ 短縮有効作業群を除くとクリティカルパスは分断される



カット (cut)

クリティカルパスを分断する作業群



短縮有効作業群の候補

プロジェクト開始イベントと  
プロジェクト終了イベントが  
クリティカルパスで繋がらない

# 短縮有効作業群の見つけ方

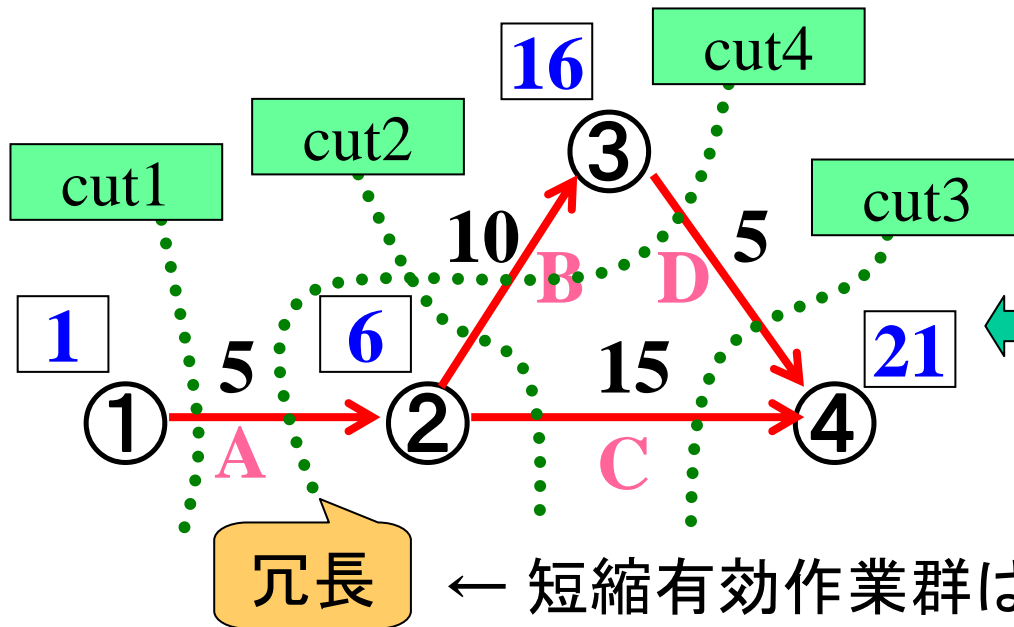
前のページで得られたヒント

カット  
↓  
短縮有効作業群の候補

アロー・ダイアグラムから  
見つけるのは少し大変かも

→ カットの全パターンを考える

開始・終了イベントを  
分ける全パターンの  
列挙は簡単

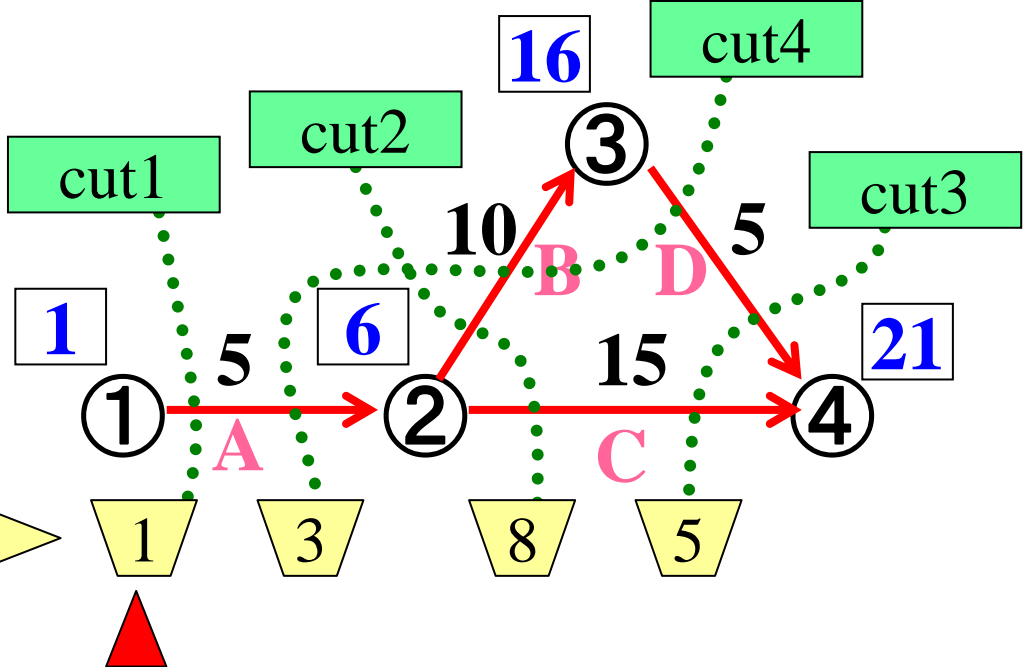


開始イベント側	終了イベント側	
①	②, ③, ④	cut1
①, ②	③, ④	cut2
①, ②, ③	④	cut3
①, ③	②, ④	cut4

# 例題5-1(続) カットの短縮費用(仮)

カットに沿って1日短縮するのに必要な費用  
 =(クリティカルパス上の)正の向きの作業の短縮費用の合計  
 -... (略)

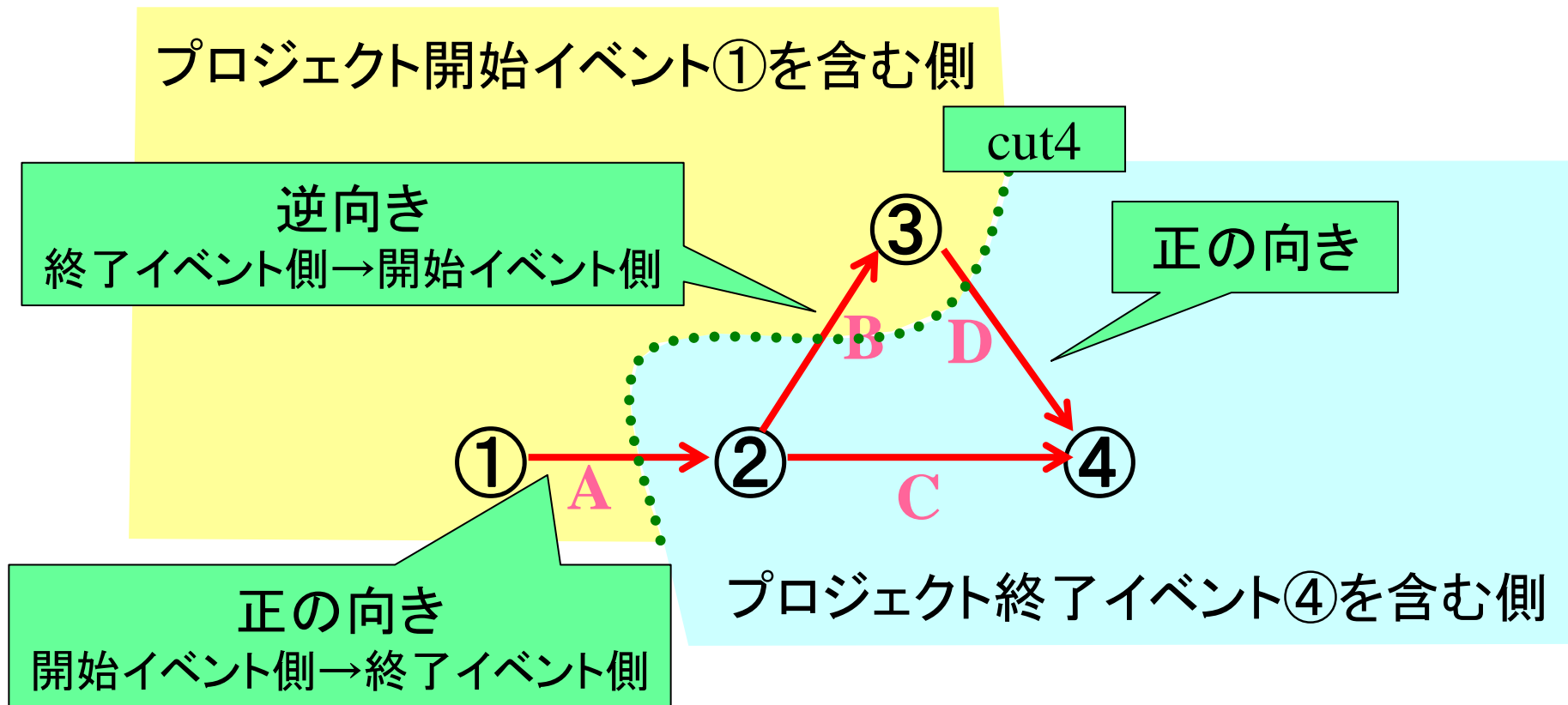
作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	5	3	1(百万円)
B	A	10	7	5(百万円)
C	A	15	10	3(百万円)
D	B	8	4	2(百万円)



**最小カット**(minimum cut): 短縮費用最小のカット



# カットに対して作業の向き

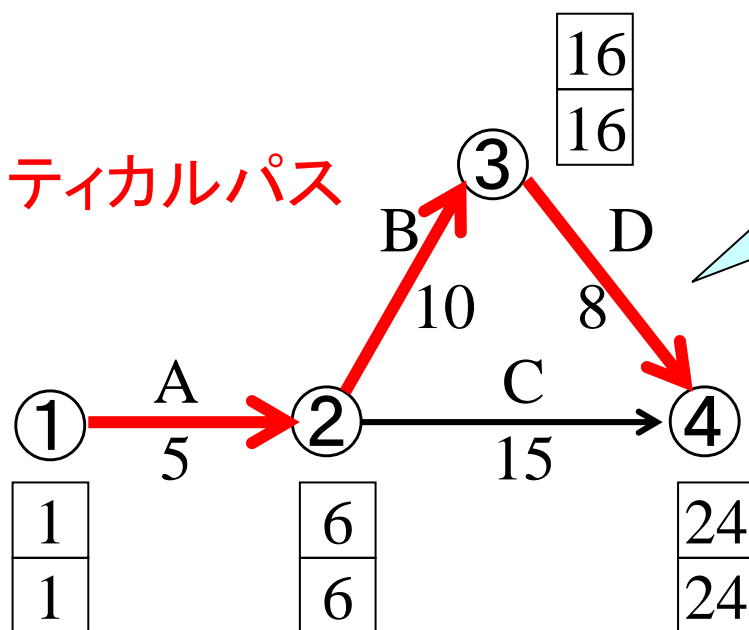


## 例題5-1(続) 短縮可能な日数

クリティカルパス上の作業時間を短縮する → プロジェクト完了時刻短縮

どのくらい短縮できる？

太矢印: クリティカルパス



短縮費用: 2百万円/日  
最大4日短縮可能

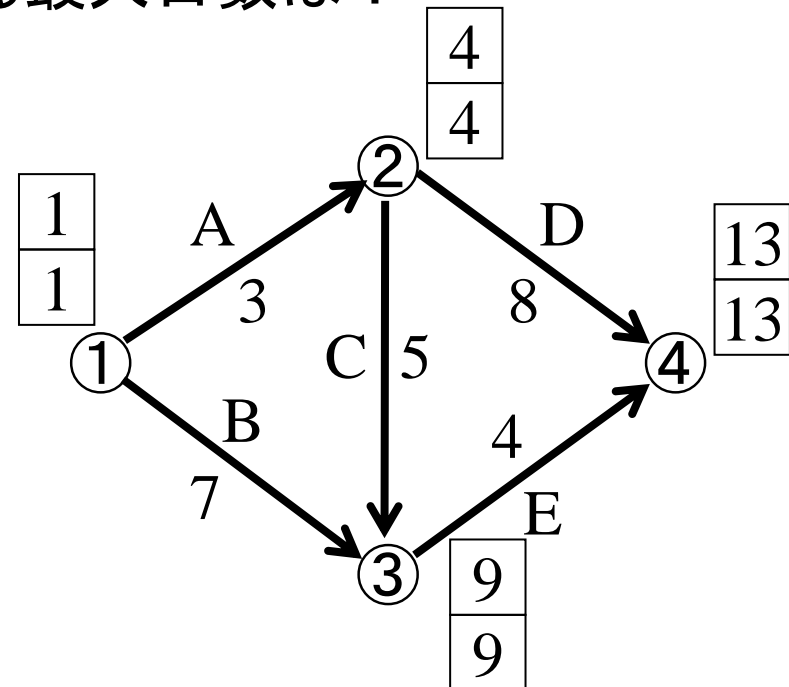
Q: 現在の状況から作業Dは何日短縮が可能？

⇒ 作業時間短縮時は周囲の作業の情報も考慮すべき

# 練習

- (1) クリティカルパスを求めよう
- (2) すべてのカットを図示してみよう.
- (3) 現在の状況で, すべてのカットに関する短縮費用を求めよう
- (4) 最小カットはどれ?
- (5) 最小カットかつクリティカルパス上の作業への投資により期待通りの短縮効果が得られる最大日数は?

作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	3	2	5(百万円)
B	なし	7	4	6(百万円)
C	A	5	2	4(百万円)
D	A	8	6	3(百万円)
E	C,B	4	2	7(百万円)

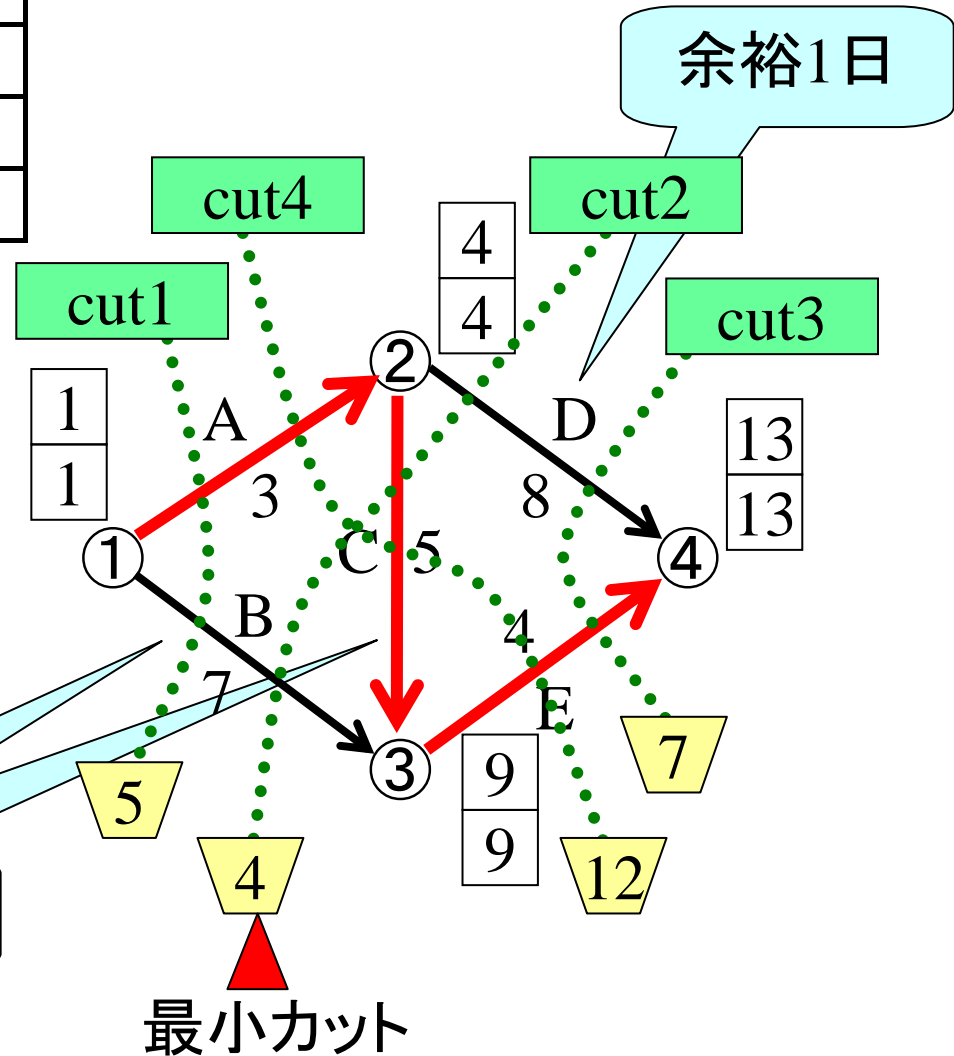


# 練習 解答例

作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	3	2	5(百万円)
B	なし	7	4	6(百万円)
C	A	5	2	4(百万円)
D	A	8	6	3(百万円)
E	C,B	4	2	7(百万円)

すべてのカット

開始イベント側	終了イベント側	
①	②, ③, ④	cut1
①, ②	③, ④	cut2
①, ②, ③	④	cut3
①, ③	②, ④	cut4



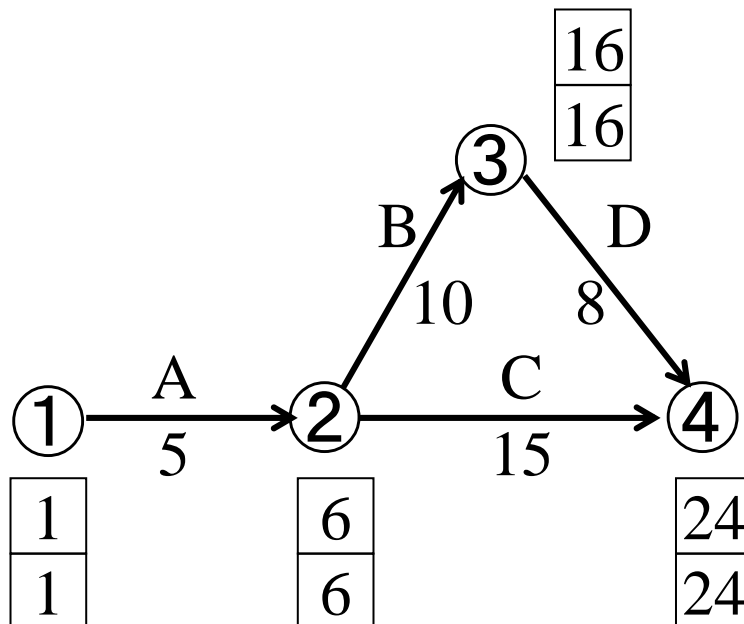
⇒作業Cは1日のみ短縮可能

# 例題5-1(再掲)



右のプロジェクトで、  
プロジェクト完了時刻の  
経済的な短縮案を示せ。

作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	5	3	1(百万円)
B	A	10	7	5(百万円)
C	A	15	10	3(百万円)
D	B	8	4	2(百万円)



短縮費用=0の時  
プロジェクト完了時刻=23

# 例題2-1 (続) 最小カットを求める

作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	5	3	1(百万円)
B	A	10	7	5(百万円)
C	A	15	10	3(百万円)
D	B	8	4	2(百万円)

太矢印:

クリティカルパス上の作業



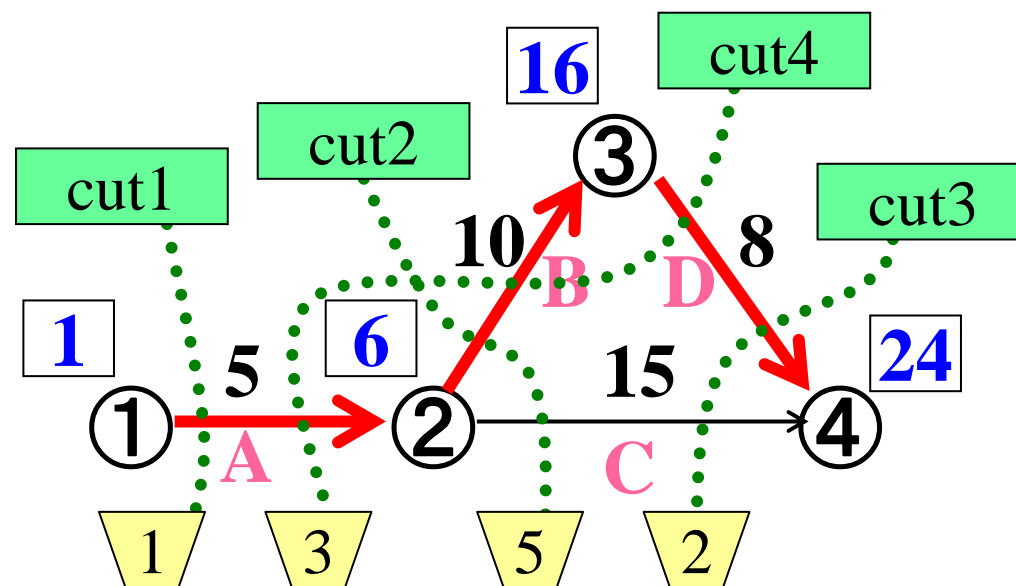
短縮経験**無**  
更なる短縮可



短縮経験**有**  
更なる短縮可



短縮経験**有**  
更なる短縮**不可**



最小カット

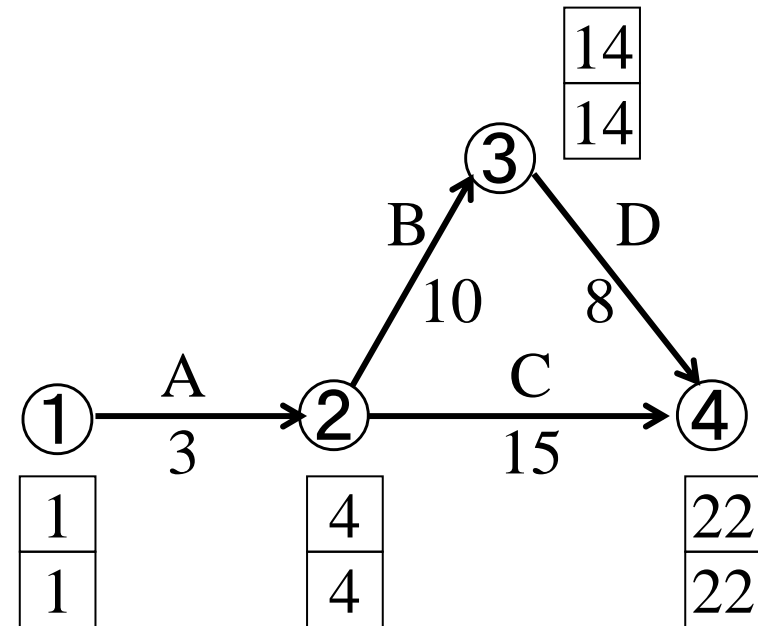
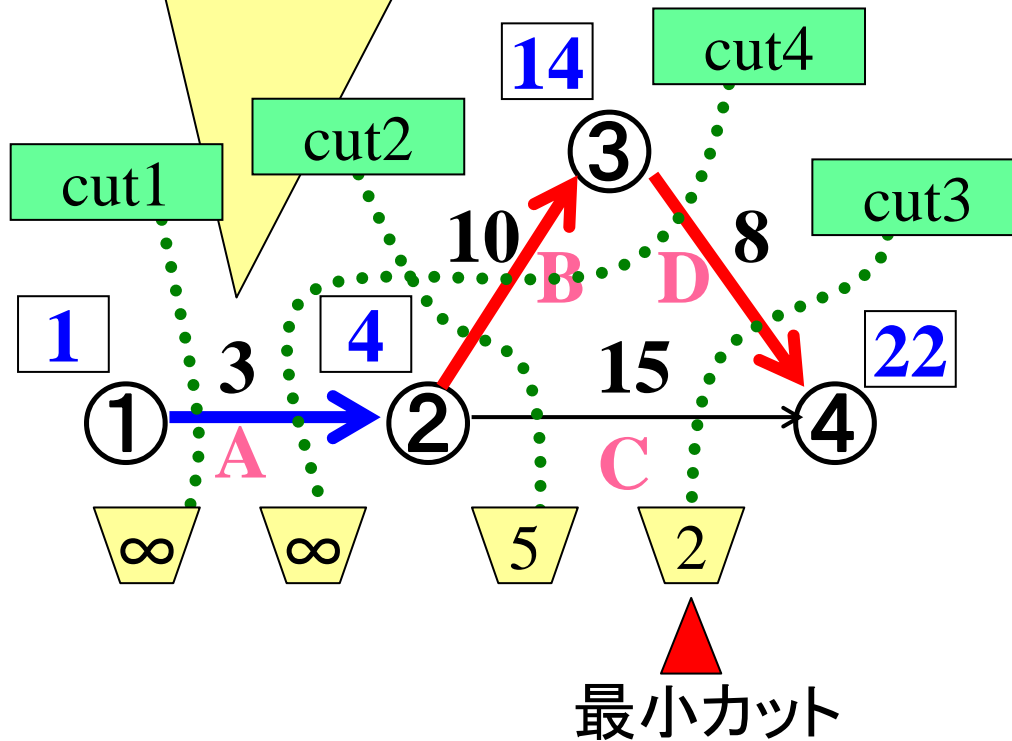
⇒最大2日短縮可能

短縮費用は1百万円×2日=2百万円

## 例題2-1(続) 作業A 2日間短縮後

作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	5	3	1(百万円)
B	A	10	7	5(百万円)
C	A	15	10	3(百万円)
D	B	8	4	2(百万円)

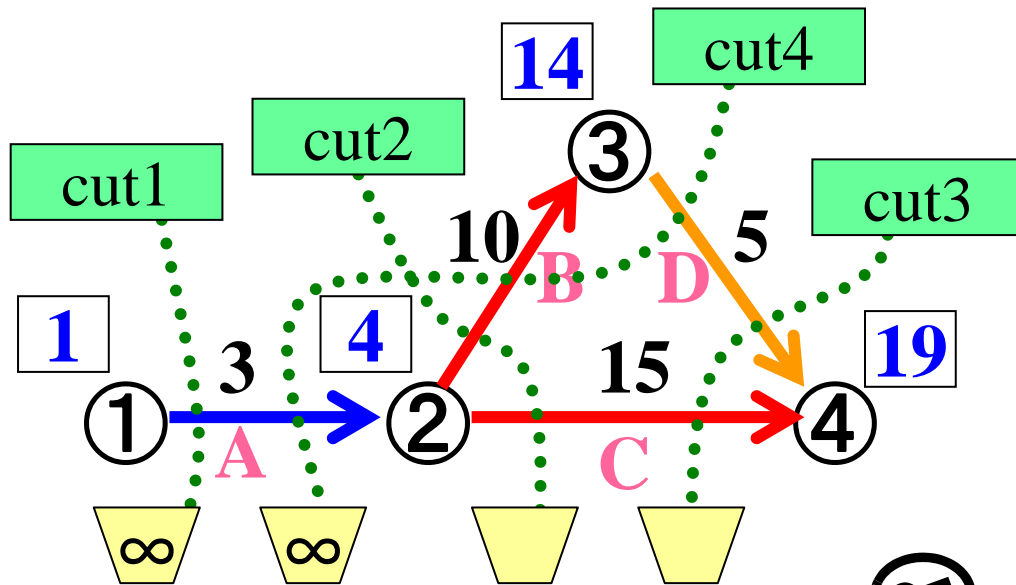
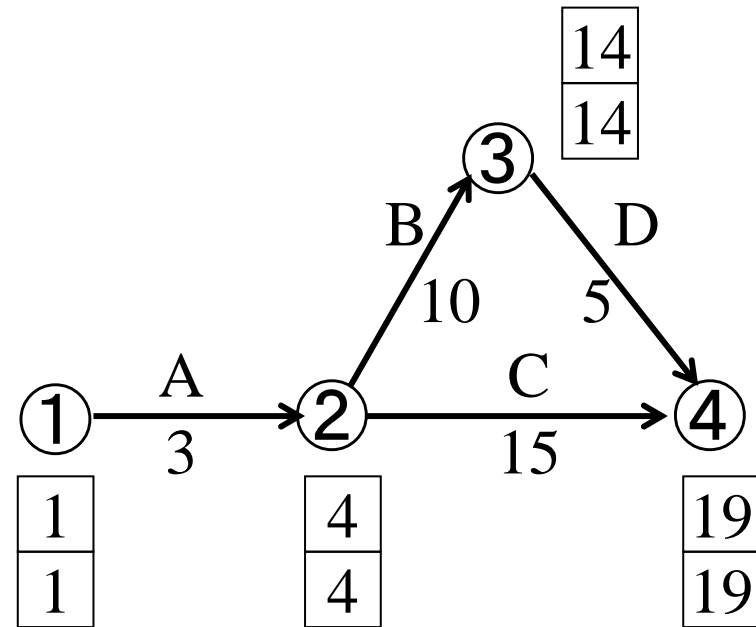
※作業Aの短縮不可 = 費用は $\infty$



- 最小カットは?  
⇒ Cut3 作業Dを短縮
- 最大何日短縮できる?  
⇒
- 短縮費用は?  
⇒

# 例題2-1(続)作業D 3日間短縮後

作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	5	3	1(百万円)
B	A	10	7	5(百万円)
C	A	15	10	3(百万円)
D	B	8	4	2(百万円)



- 最小カットは?  
⇒
- 最大何日短縮できる?  
⇒
- 短縮費用は?  
⇒

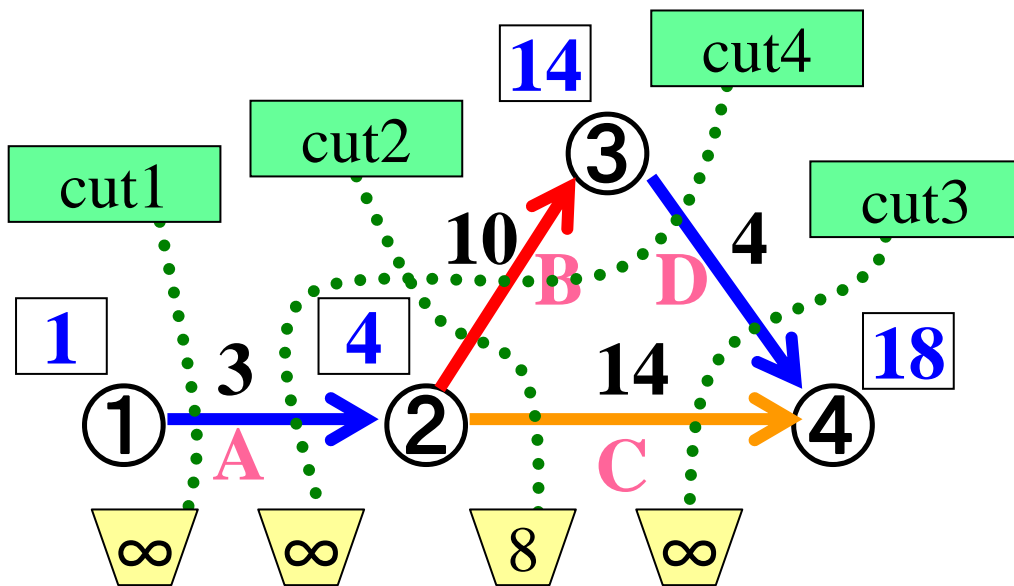
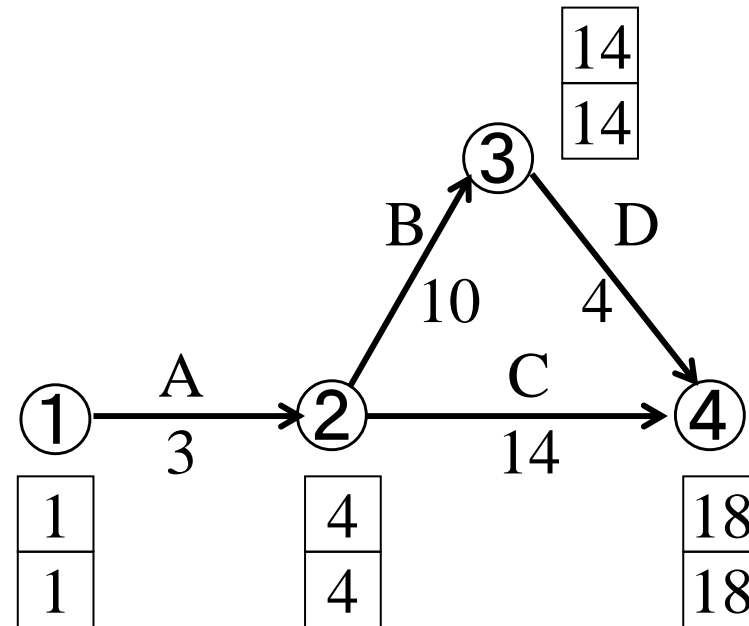
練習: 空欄を埋めてみよう





# 例題2-1(続)作業Cと作業D 同時に1日間短縮後

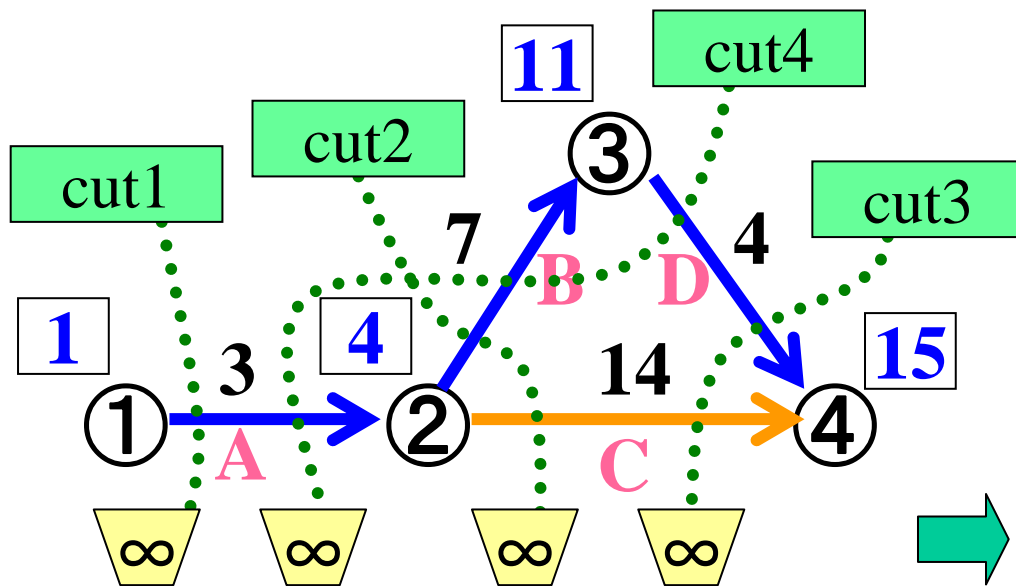
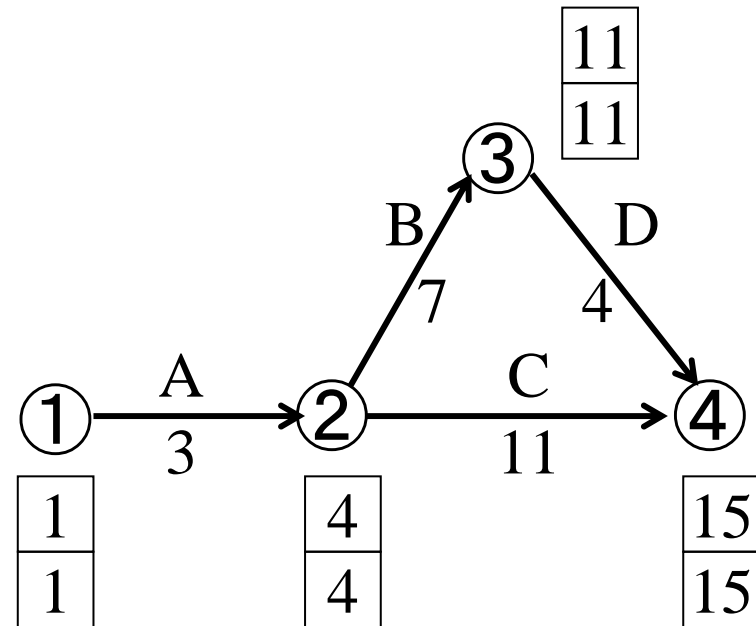
作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	5	3	1(百万円)
B	A	10	7	5(百万円)
C	A	15	10	3(百万円)
D	B	8	4	2(百万円)



- 最小カットは?  
⇒ 作業Bと作業C
- 最大何日短縮できる?  
⇒ 3日間
- 短縮費用は?  
⇒ 8(百万円)

## 例題2-1(続) 作業Bと作業C 同時に3日間短縮後

作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	5	3	1(百万円)
B	A	10	7	5(百万円)
C	A	15	10	3(百万円)
D	B	8	4	2(百万円)

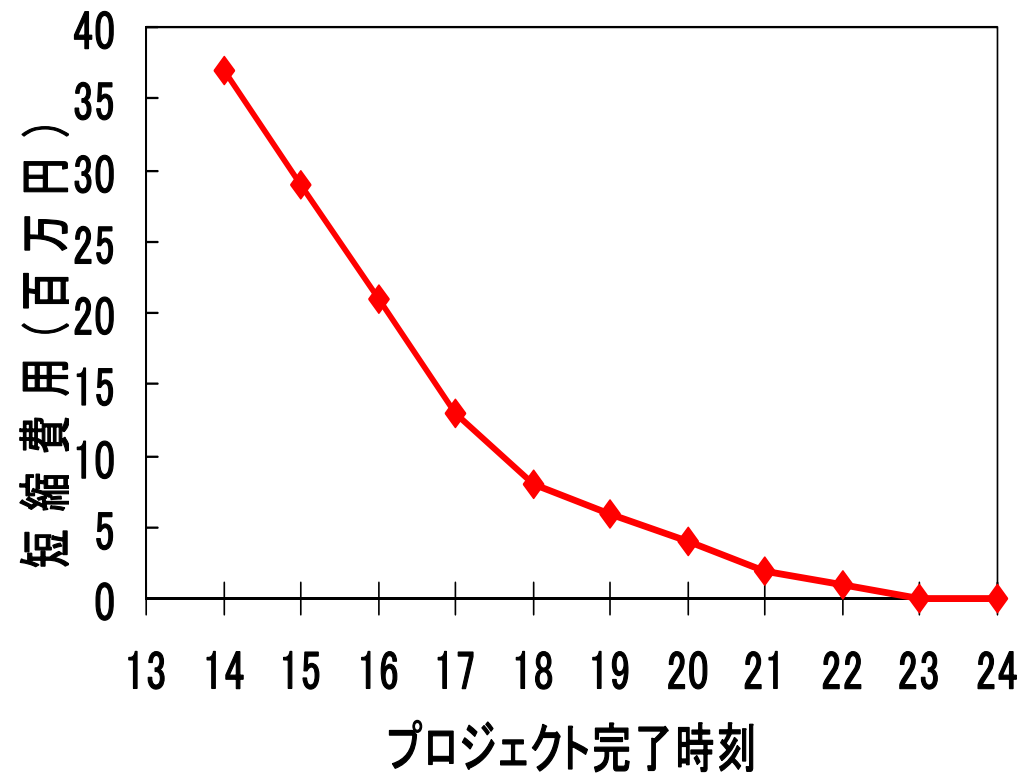


➡ これ以上の短縮は不可能

# 例題2-1(続) まとめると

短縮日数	短縮作業	完了時刻	短縮費用	総費用
0		23	0	0
1	A	22	1	1
2	A	21	1	2
3	D	20	2	4
4	D	19	2	6
5	D	18	2	8
6	C,D	17	5	13
7	B,C	16	8	21
8	B,C	15	8	29
9	B,C	14	8	37
10	短縮不可		百万円	百万円

プロジェクト完了時刻と短縮費用の関係



⇒ **CPM**の手法

# CPMとは

- CPM: Critical Path Method
- 1957-58年 Du Pont社が開発.  
PERTの全機能＋費用と工期の調節機能

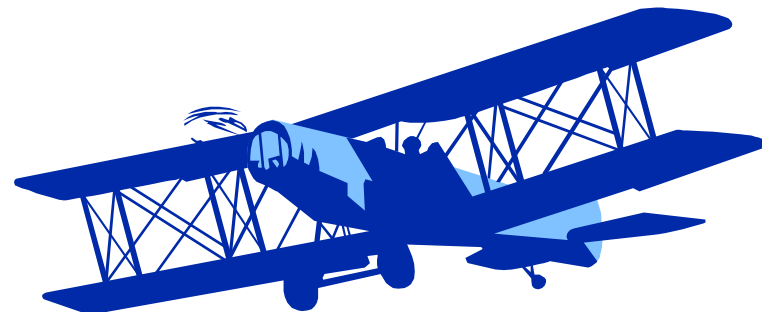
作業時間と費用に  
トレードオフの関係

プロジェクト完了時刻を  
経済的に短縮する手法



# CPMの概略

- 短縮可能な限り以下を繰り返す。
  - 各種時刻情報を算出する  
(クリティカル・パスの情報は特に重要)
  - 最小カットを見つける
  - 最小カット上の作業に費用を投入し可能な限り作業日程の短縮を行う

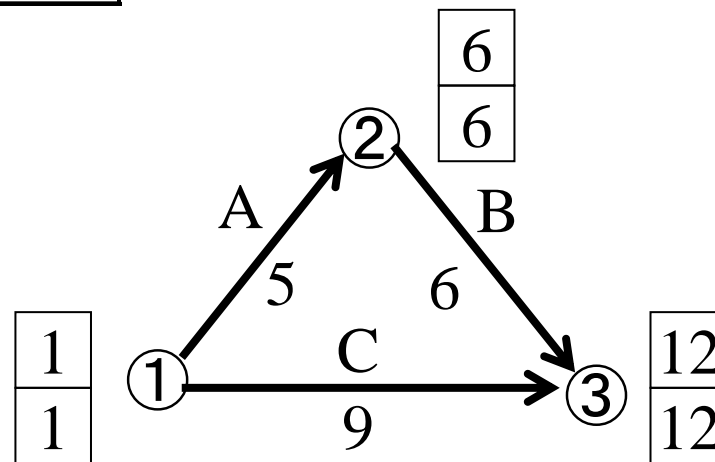


# 練習5-1

プロジェクト完了時刻と費用との関係を求めよ。

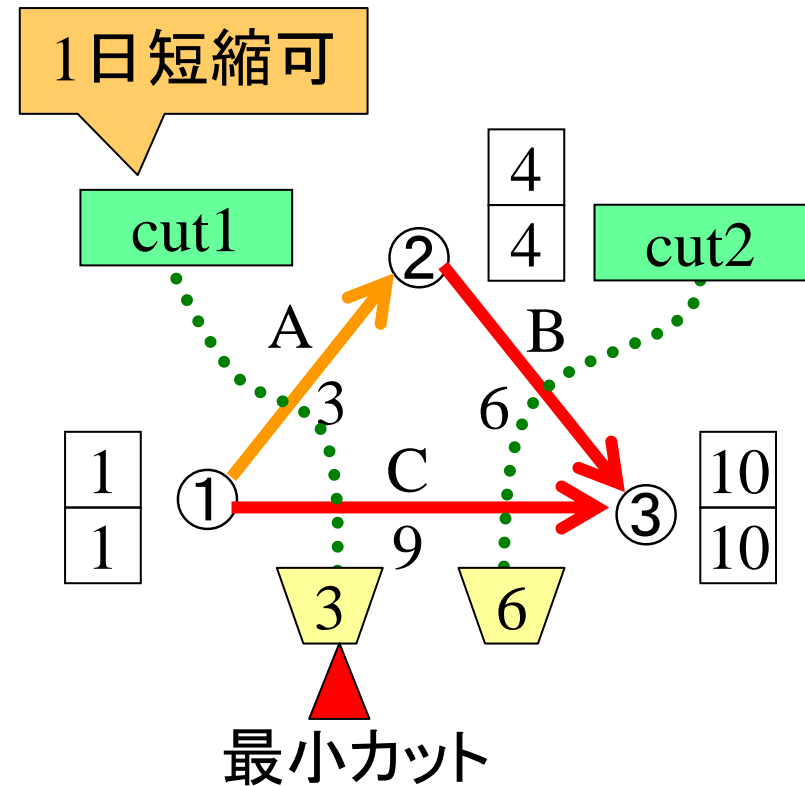
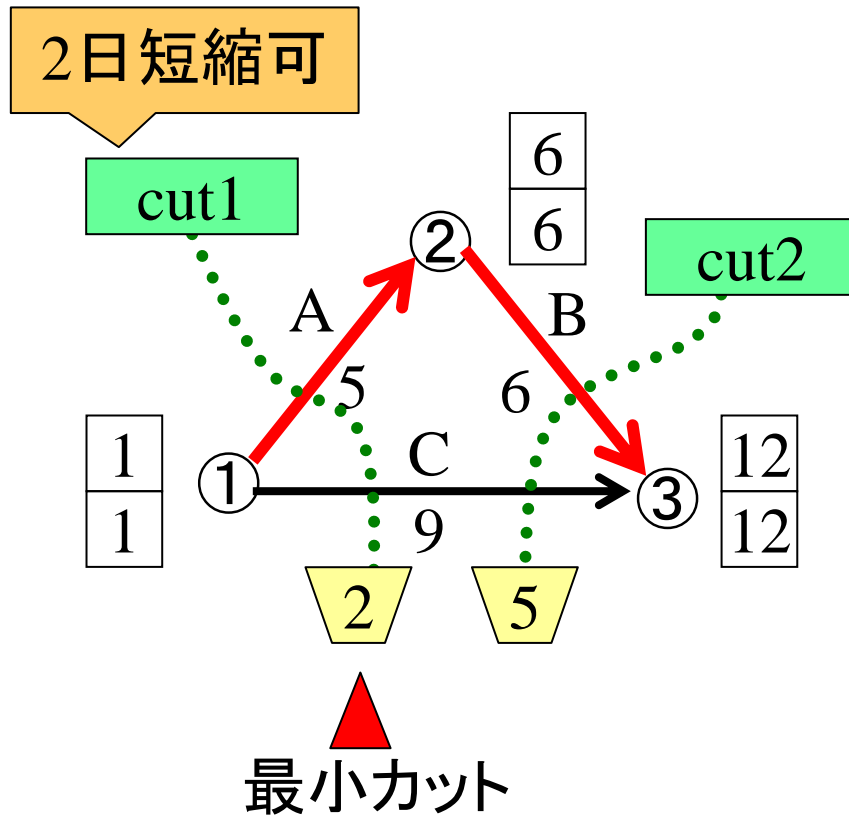
作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する 時の費用
		標準	特急	
A	なし	5	2	2(百万円)
B	A	6	5	5(百万円)
C	なし	9	6	1(百万円)

短縮費用=0の時  
プロジェクト完了時刻=11



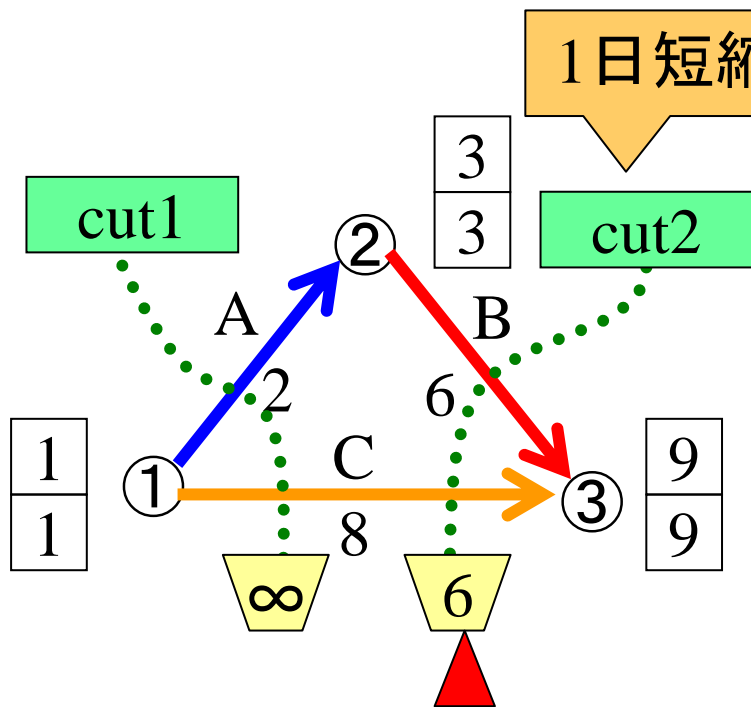
# 練習5-1 解答例

作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	5	2	2(百万円)
B	A	6	5	5(百万円)
C	なし	9	6	1(百万円)



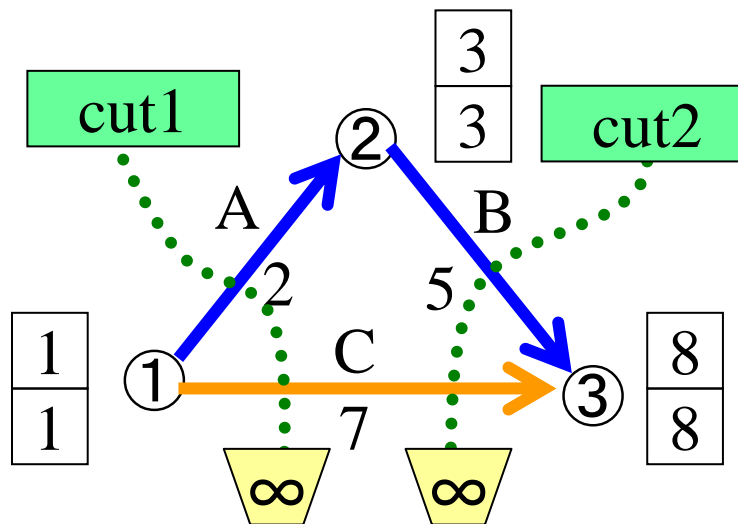
# 練習5-1 解答例(続)

作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	5	2	2(百万円)
B	A	6	5	5(百万円)
C	なし	9	6	1(百万円)



最小カット

1日短縮可

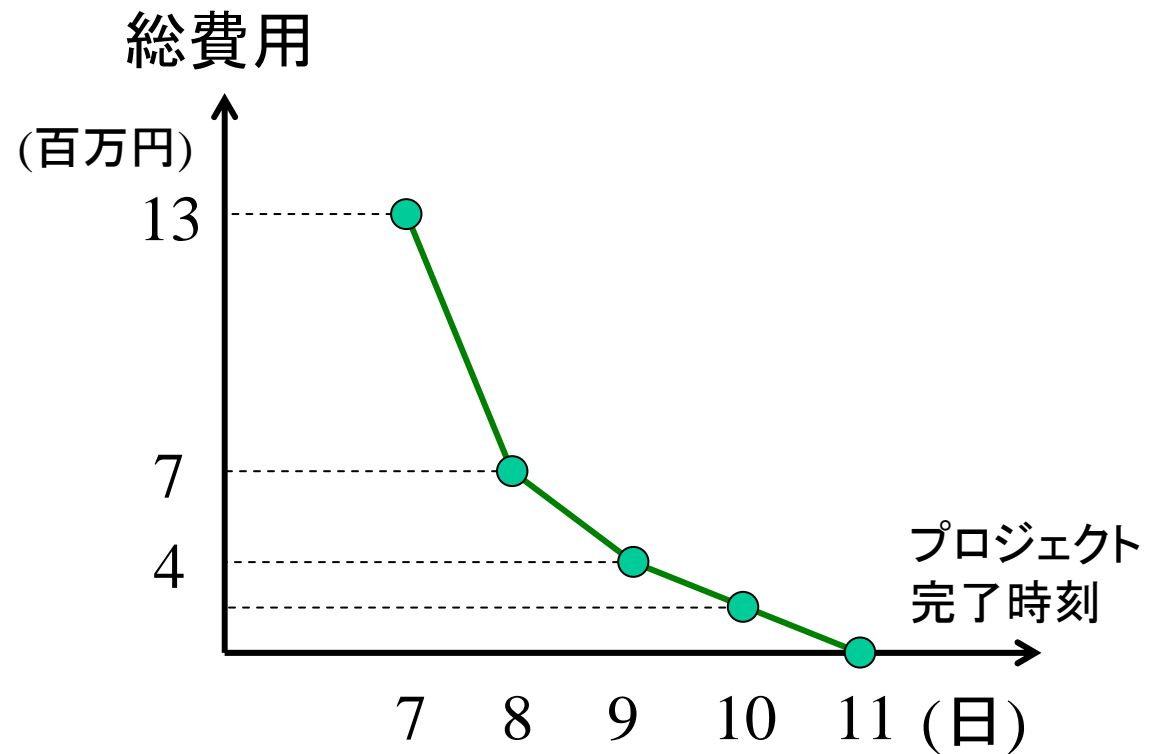


これ以上の短縮は不可



# 練習5-1(続) まとめ

短縮日数	短縮作業	完了時刻	短縮費用	総費用
0		12	0	0
1	A	11	2	2
2	A	10	2	4
3	A,C	9	3	7
4	C,B	8	6	13
5	短縮不可	百万円	百万円	

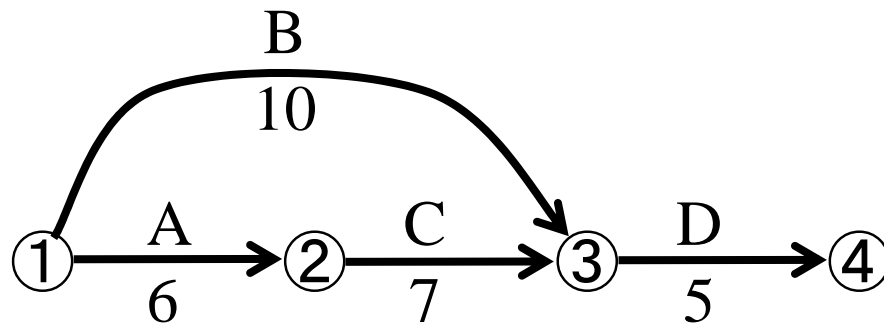


# 演習5-1

以下のプロジェクトを  
なるべく早く終了させたい。  
その予算として500万円が利用可能。  
最も効果的な短縮案と  
そのときの費用を提示せよ。



## プロジェクトの アロー・ダイアグラム



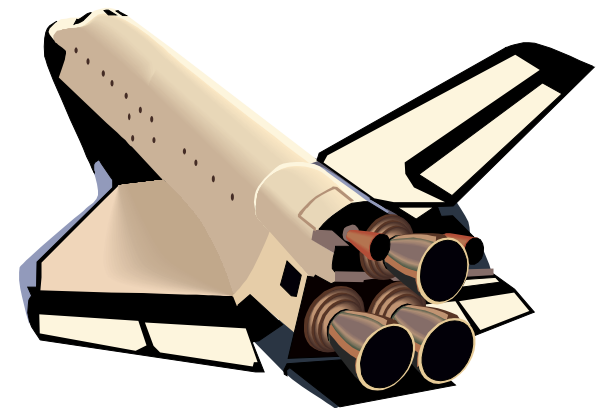
## 作業日数短縮に関する情報

作業	作業日数		一日短縮に 要する費用
	標準	最短	
A	6	3	50万円
B	10	4	60万円
C	7	2	40万円
D	5	2	20万円

# 演習5-2

以下のプロジェクトの経済的な短縮方法とその時の費用との関係を求めよ。

作業名	先行作業	作業日数		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	5	2	1
B	なし	6	3	2
C	A	3	2	4
D	B	8	5	1
E	C,D	2	1	4
F	C,D	6	3	3
G	E	8	5	3



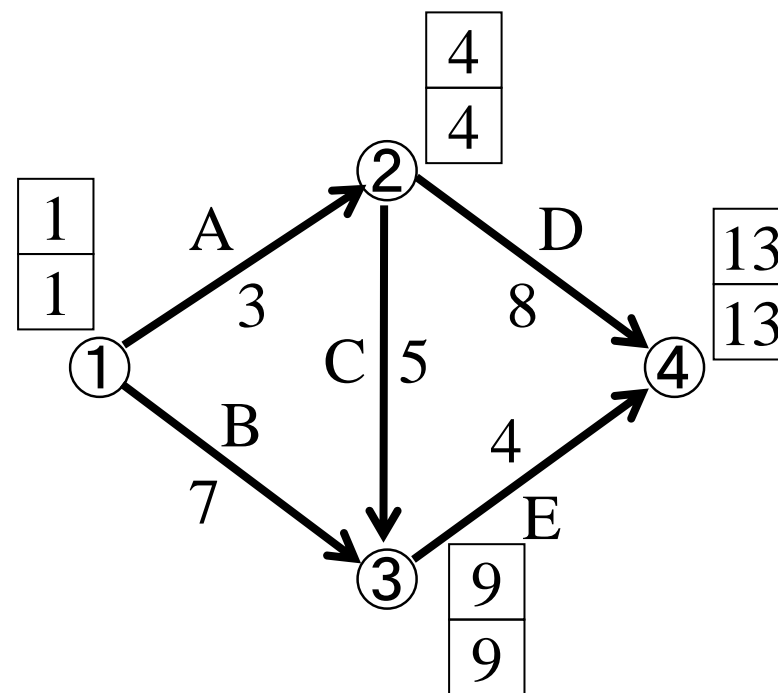
ヒント

明らかに冗長なカットは  
最小カットの候補から除こう

# 例題2-2 逆向き作業を含んだカット

プロジェクト完了時刻と短縮費用の関係を示せ

作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	3	2	5(百万円)
B	なし	7	4	6(百万円)
C	A	5	4	4(百万円)
D	A	8	6	3(百万円)
E	C,B	4	2	7(百万円)



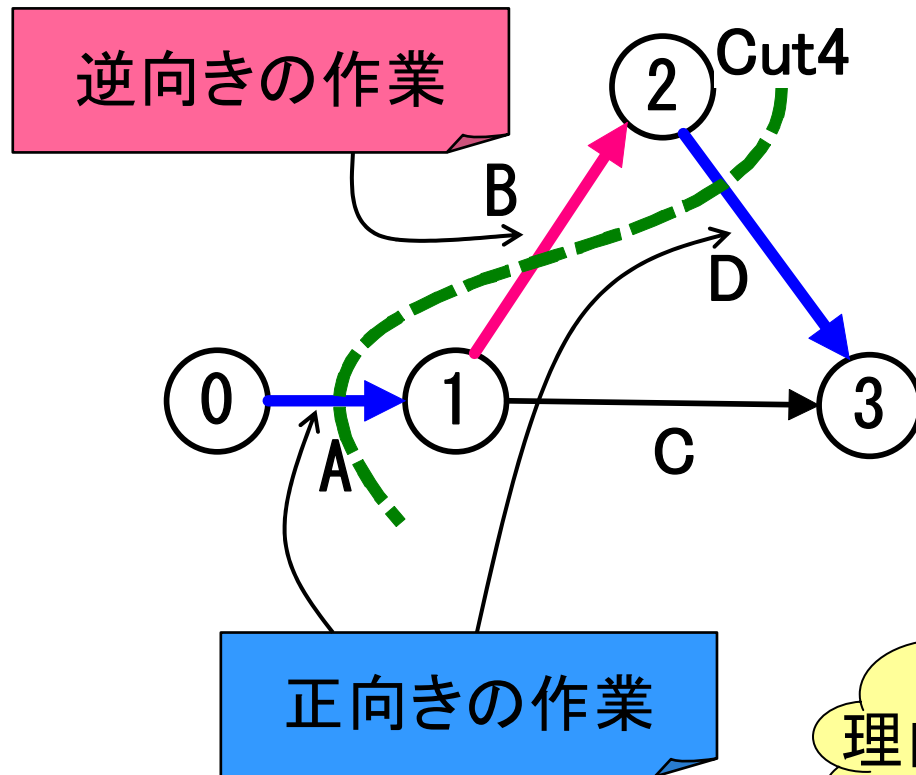
ここでのポイント

短縮した作業を、再延長するほうがよい時もある

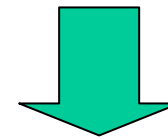


# 用語復習: カットと作業の向き

例: cut4上の作業の向き

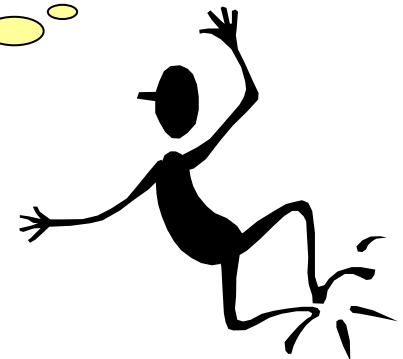


正の向き: カットの開始イベント側から終了イベント側へ



プロジェクト完了時刻短縮を考える際はカット上の作業を向きに応じて考える必要がある

理由は後ほど...

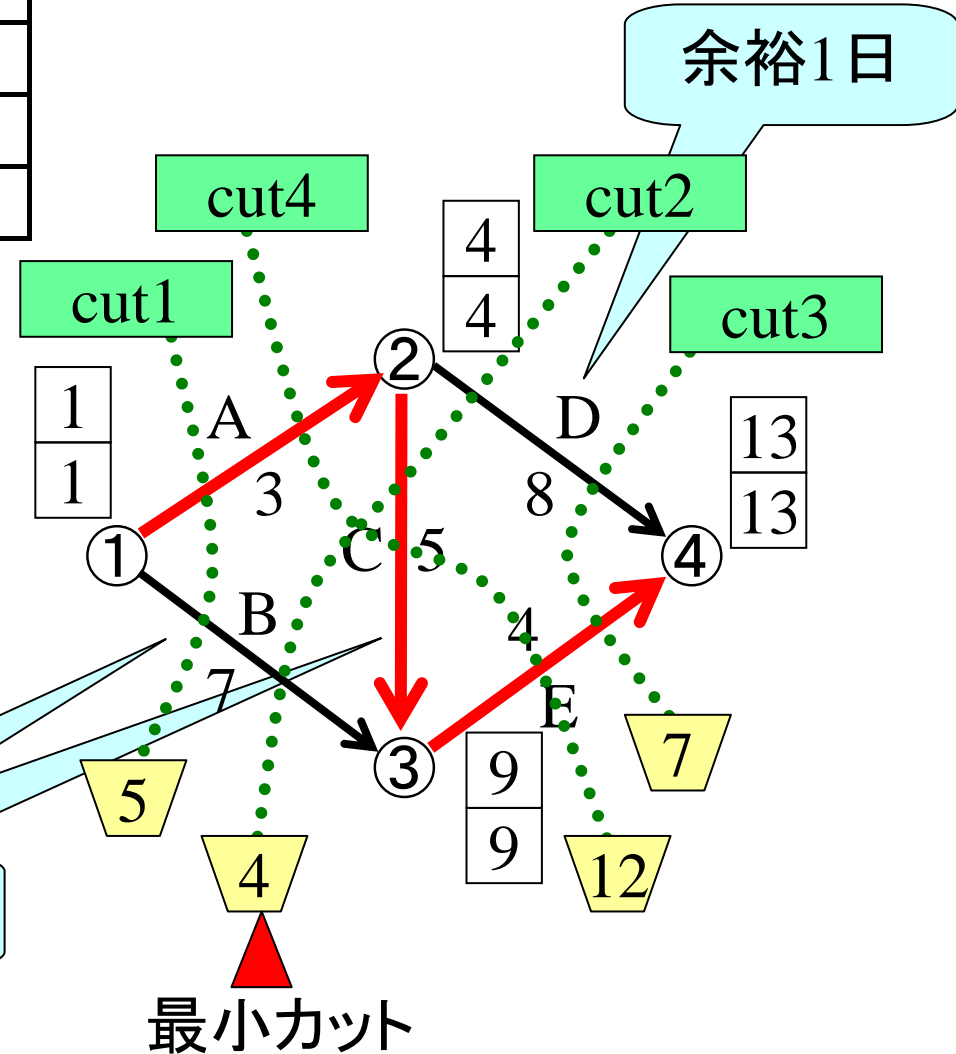


# 例題5-2(続) カットを探す

作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	3	2	5(百万円)
B	なし	7	4	6(百万円)
C	A	5	2	4(百万円)
D	A	8	6	3(百万円)
E	C,B	4	2	7(百万円)

すべてのカット

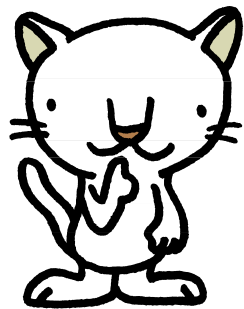
開始イベント側	終了イベント側	
①	②, ③, ④	cut1
①, ②	③, ④	cut2
①, ②, ③	④	cut3
①, ③	②, ④	cut4



⇒作業Cは1日のみ短縮可能

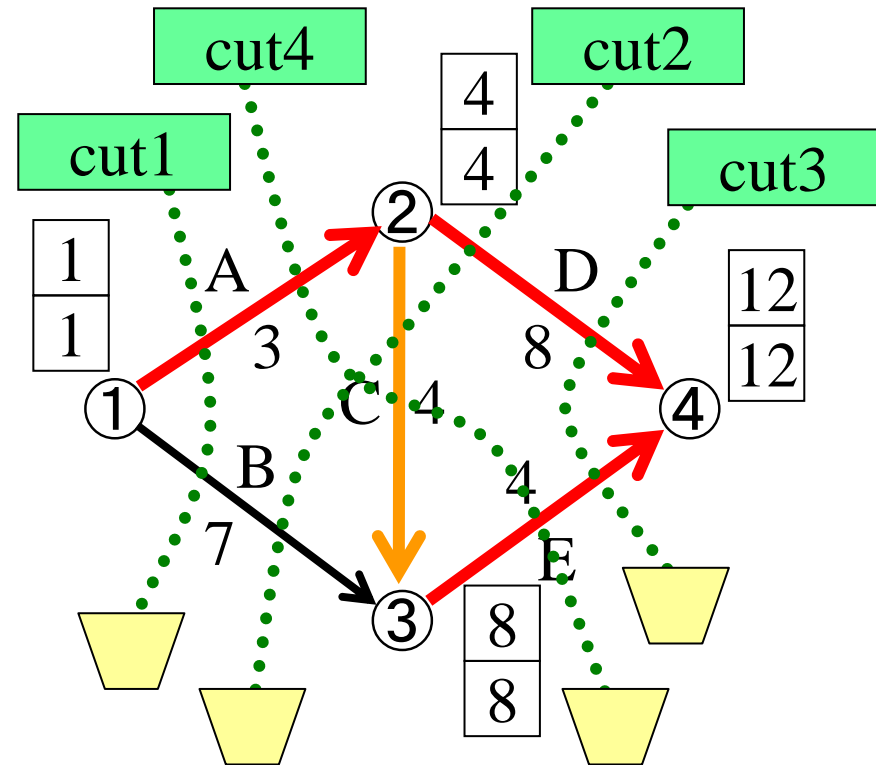
作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	3	2	5(百万円)
B	なし	7	4	6(百万円)
C	A	5	2	4(百万円)
D	A	8	6	3(百万円)
E	C,B	4	2	7(百万円)

## 例題5-2(続) 作業C1日短縮後



最小カットは?

求めてみよう!

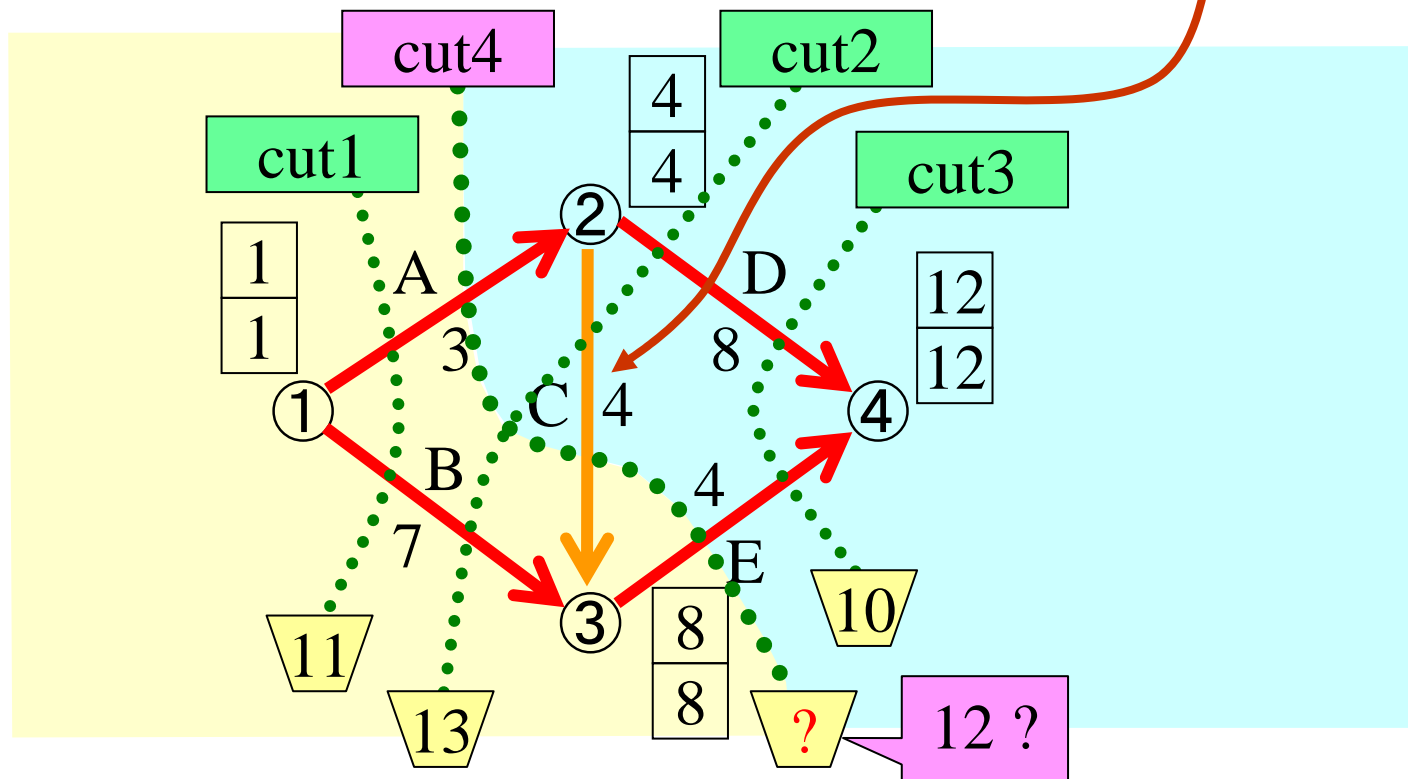


作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	3	2	5(百万円)
B	なし	7	4	6(百万円)
C	A	5	2	4(百万円)
D	A	8	6	3(百万円)
E	C,B	4	2	7(百万円)

## 例題5-2(続)

# 再延長可能な逆向き作業

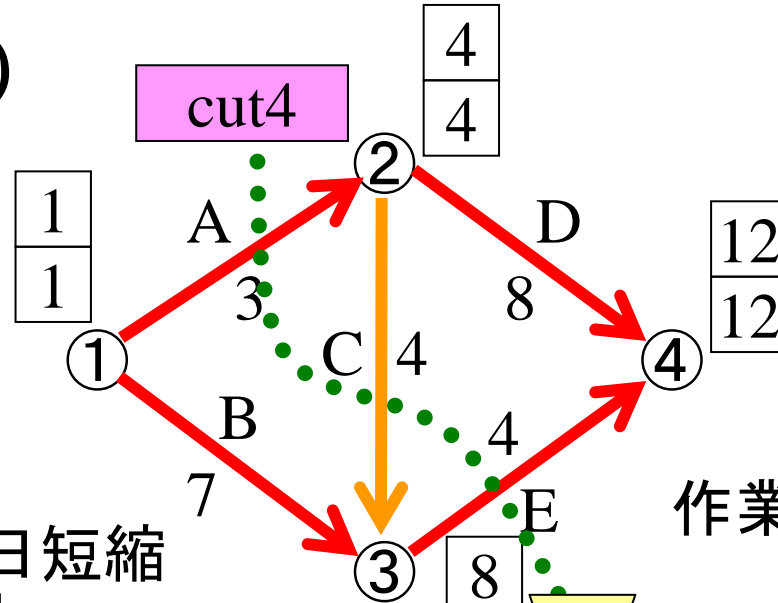
過去に短縮されている





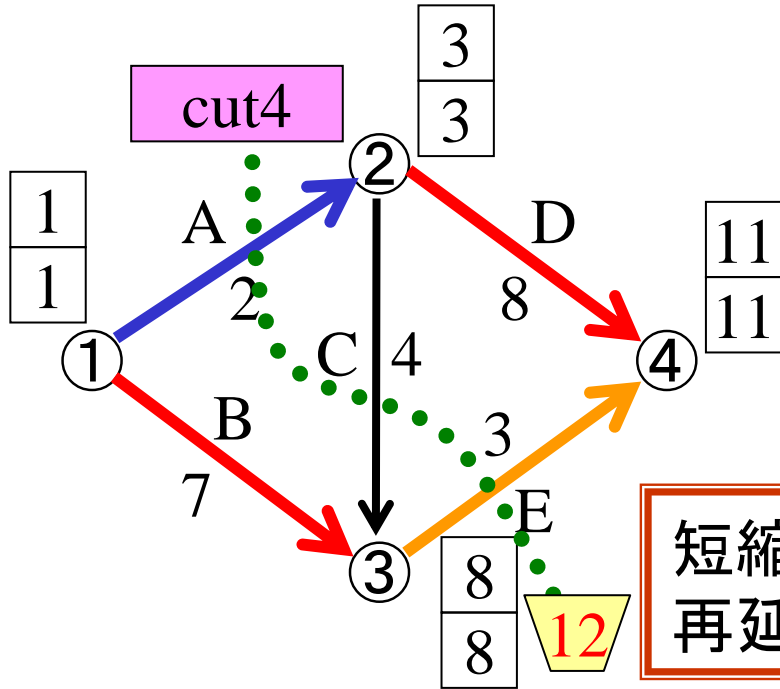
# 例題5-2(続)

## 実験



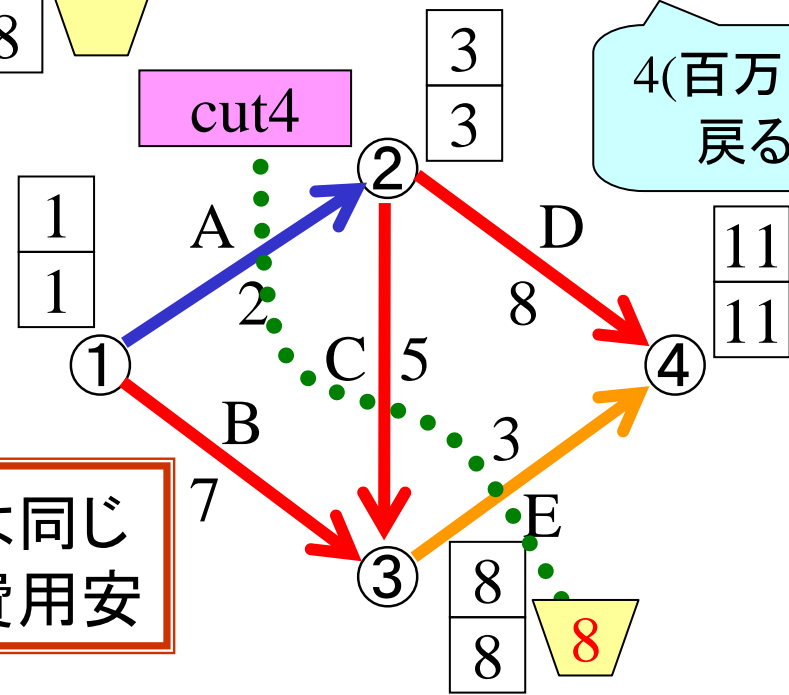
### 実験1

作業Aと作業Eを1日短縮



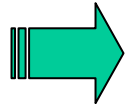
### 実験2

作業Aと作業Eを1日短縮  
+作業Cを1日再延長



4(百万円) 戻る

短縮効果は同じ  
再延長⇒費用安



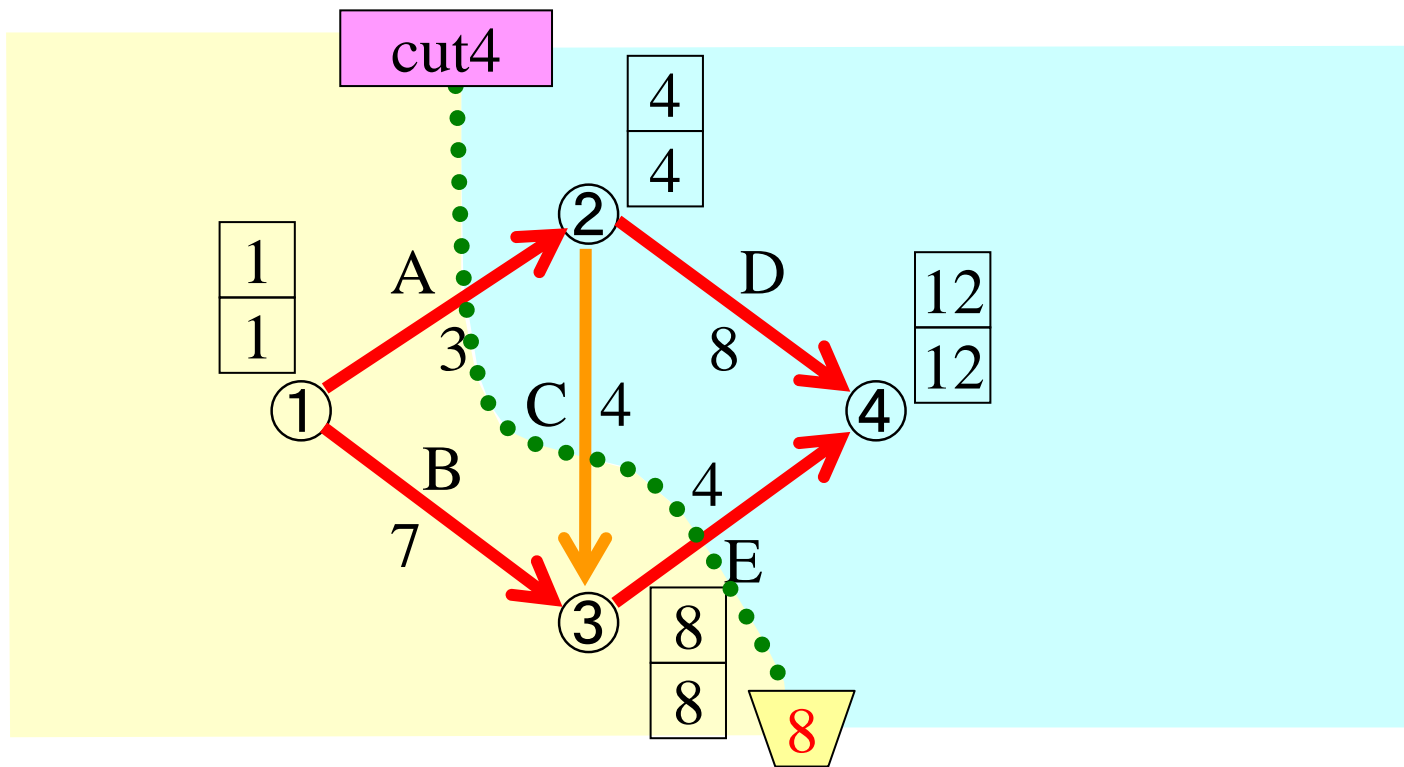
再延長可の逆向き作業は考慮要

# カットの短縮費用(正)

= (カットに含まれるクリティカルパス上の)

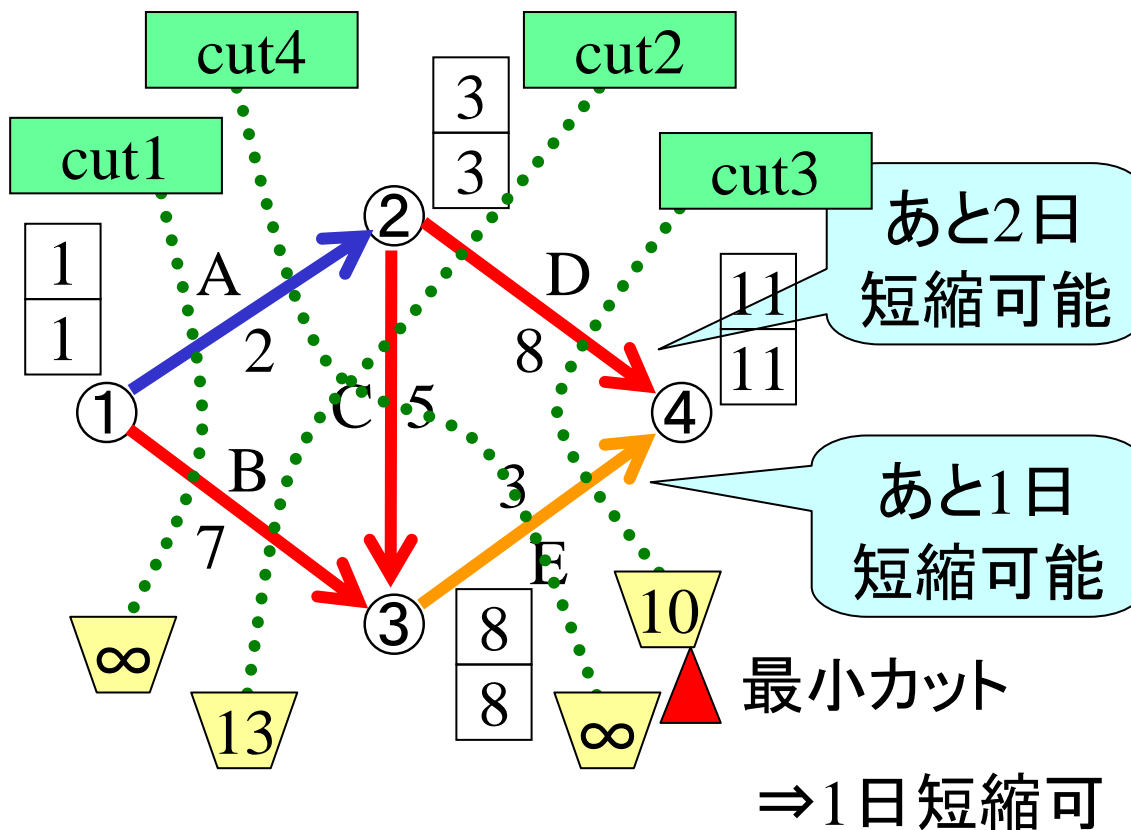
正の向き作業の短縮費用の合計

— 再延長可能な逆向きの作業の短縮費用の合計



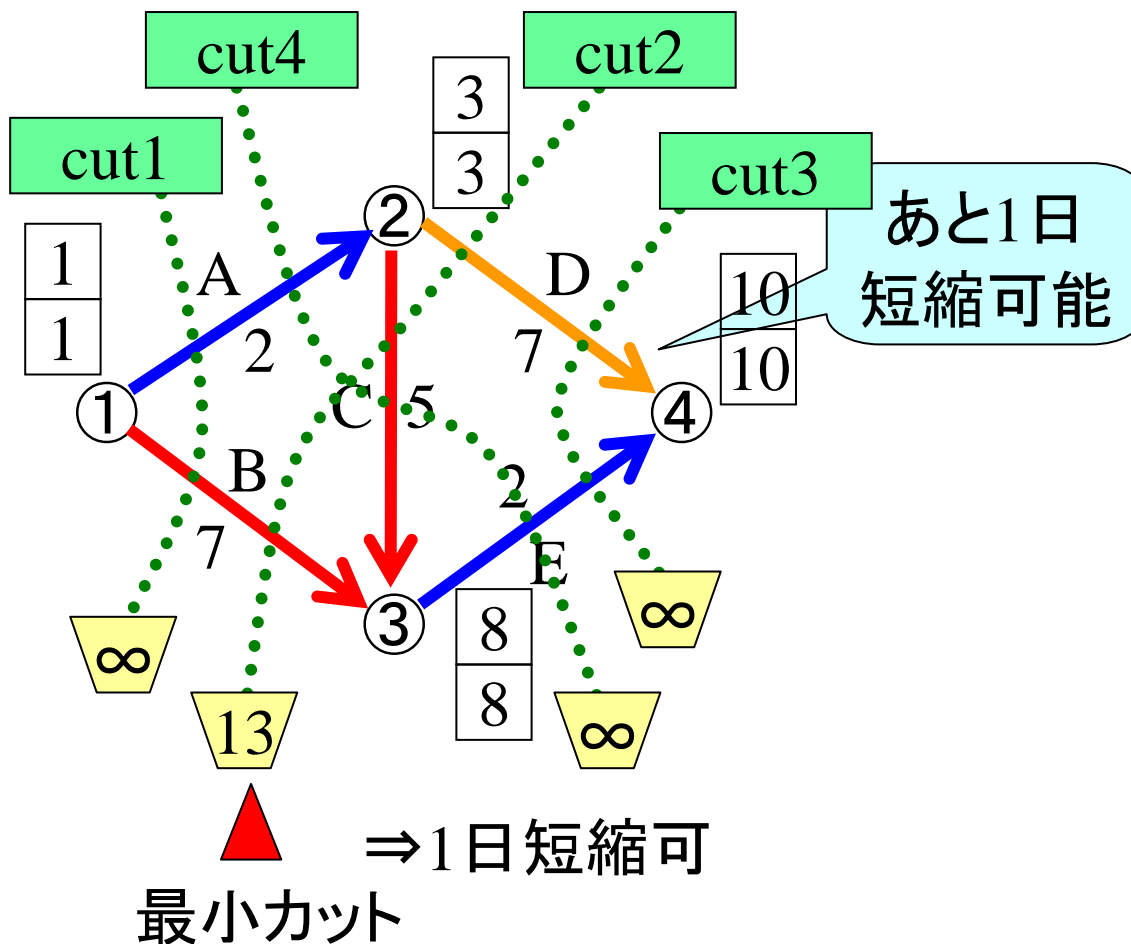
作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	3	2	5(百万円)
B	なし	7	4	6(百万円)
C	A	5	2	4(百万円)
D	A	8	6	3(百万円)
E	C,B	4	2	7(百万円)

例題5-2(続)  
**作業A・E1日短縮**  
**+作業C1日再延長後**



作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	3	2	5(百万円)
B	なし	7	4	6(百万円)
C	A	5	2	4(百万円)
D	A	8	6	3(百万円)
E	C,B	4	2	7(百万円)

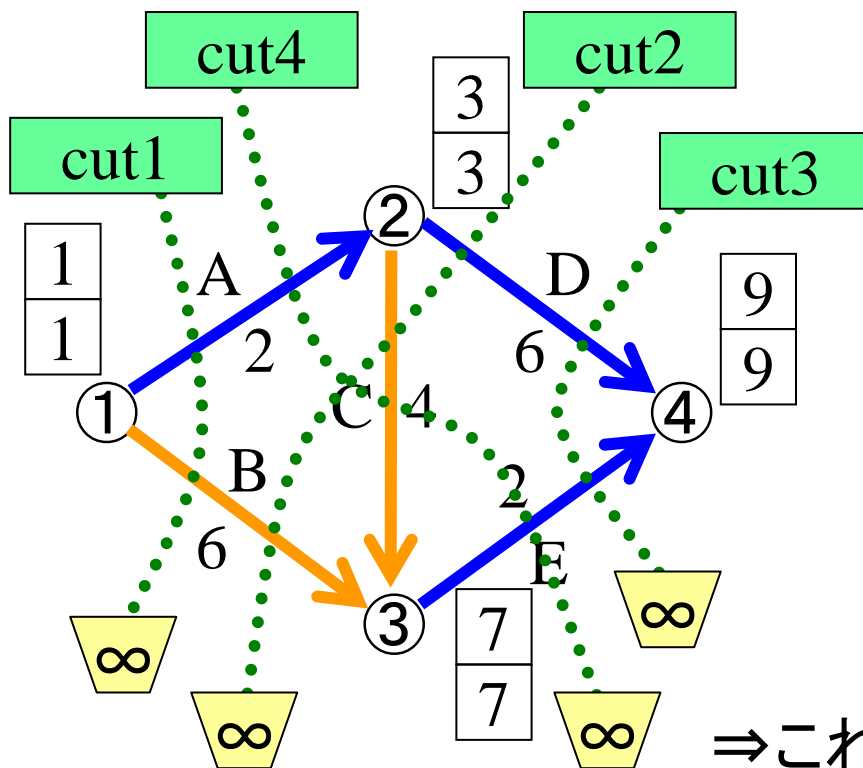
例題5-2(続)  
作業D・E1日短縮後



作業名	先行作業	作業時間		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	3	2	5(百万円)
B	なし	7	4	6(百万円)
C	A	5	2	4(百万円)
D	A	8	6	3(百万円)
E	C,B	4	2	7(百万円)

例題5-2(続)

## 作業B・C・D1日短縮後

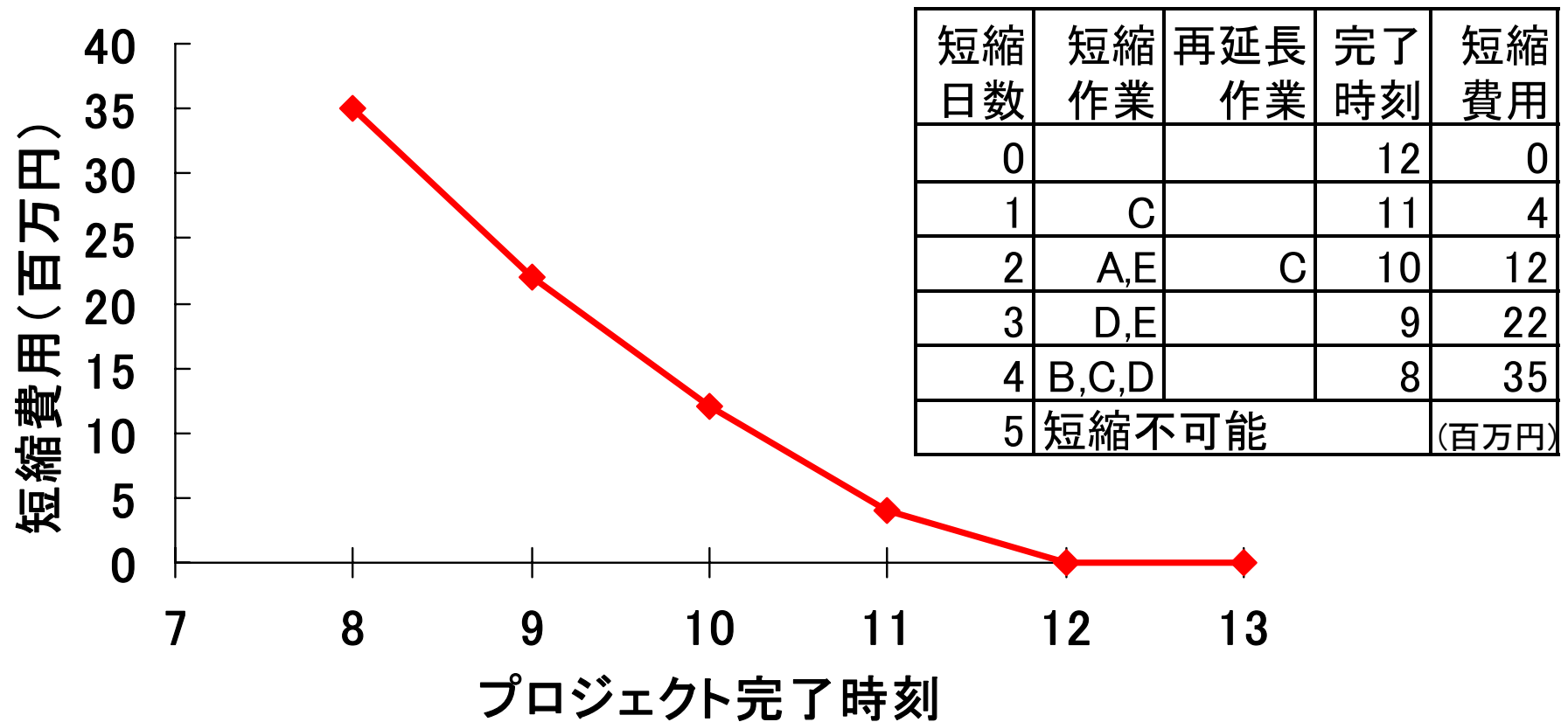


⇒これ以上の短縮不可

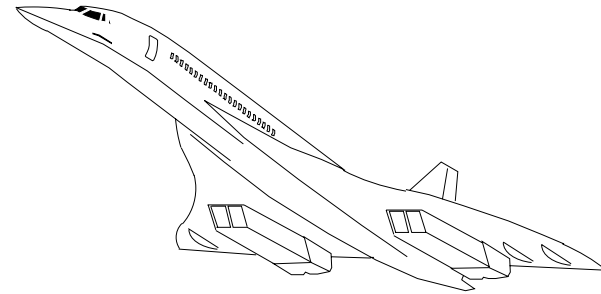
# 例題5-2(続)

## まとめ

プロジェクト完了時刻と短縮費用の関係



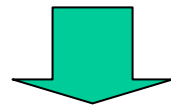
# まとめ



- CPMにより, 最小費用日程計画を策定できる.
- 逆向き作業を含むカットの扱いには注意する.

## 最小カットの求め方

図から最小カットを探す方法には限界がある



最小カット問題  
を利用

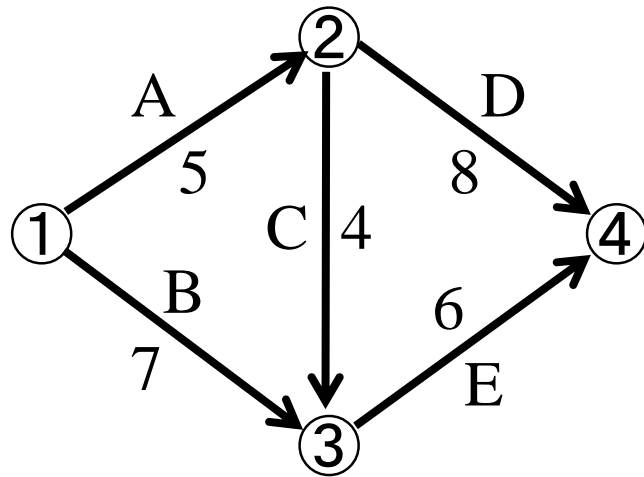
「ネットワーク計画」の手法を用いて  
最小カットを見つけると効率がよい.

# 演習5-3

以下のプロジェクトを  
なるべく早く終了させたい。  
その予算として300万円が利用可能。  
最も効果的な短縮案と  
そのときの費用を提示せよ。



## プロジェクトの アロー・ダイアグラム



## 作業日数短縮に関する情報

作業	作業日数		一日短縮に 要する費用
	標準	最短	
A	5	4	70万円
B	7	4	40万円
C	4	1	50万円
D	8	5	30万円
E	6	5	80万円



## 演習5-4

以下のようなプロジェクトがある. 経済的な短縮方法とその時の費用との関係を求めよ.

作業名	先行作業	作業日数		1日短縮する時の費用
		標準	特急	
A	なし	10	6	70
B	なし	13	10	50
C	A	9	6	20
D	A	6	5	90
E	D	9	7	30
F	B,C	8	6	30
				(万円)

